جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة بابل

الأنظمة البنائية المترابطة ودوال الموثوقية

بحث تقدمت به الطالبة فاطمه مالك حمود الى ادارة قسم الرياضيات ــكلية التربية للعلوم الصرفة جامعة بابل وهو جزء من اكمال متطلبات نيل شهادة البكالوريوس في الرياضيات

اشراف الدكتور

غازي عبد الله

٢٠٢٣ م ١٤٤٤ هـ

"اقْرَأْ بِاسْمِ رَبِّكَ الَّذِي خَلَقَ* خَلَقَ الْإِنسَانَ مِنْ عَلَقٍ* اقْرَأْ وَرَبُّكَ الْأَكْرَمُ* الَّذِي عَلَّمَ بِالْقَلَمِ* عَلَّمَ الْإِنسَانَ مَا لَمْ يَعْلَمْ"

صدق الله العلي العظيم

سورة العلق، الآيات من ١، حتى آية ٥

الإهداء

إلى صاحب السيرة العطرة، والفكر المُستنير؛

فلقد كان له الفضل الأوَّل في بلوغي التعليم العالي

(والدي الحبيب)، أطال الله في عُمره.

إلى من وضعتني على طريق الحياة، وراعتني حتى صرت كبيرًا

(أمي الغالية).

إلى إخوتي؛ من كان لهم بالغ الأثر في كثير من العقبات والصعاب.

إلى جميع أساتذتي الكرام؛ ممن لم يتوانوا في مد يد العون لي

أُهدي إليكم بحثي

شكر وتقدير

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين سيدنا محمَّد وعلى آله وصحبه ومن تبعهم بإحسان إلى يوم الدين، وبعد

فإني أشكر الله تعالى على فضله حيث أتاح لي إنجاز هذا العمل بفضله، فله الحمد أولاً ثم أشكر أولئك الأخيار الذين مدوا لي يد المساعدة، خلال هذه الفترة، وفي .وأخيرًا مقدمتهم أستاذي المشرف على البحث فضيلة الأستاذ الدكتور غازي عبد الله

الملخص

يتضمن البحث فصلين، الفصل الاول تحت عنوان الانظمة البنائي المترابطة ودوال الموثوقية عرضنا فيه بعض الخواص البنائية للأنظمة المترابطة بما فيها الأنظمة الموصولة على التسلسل والأنظمة الموصولة على تفرع ، ثم تكلمنا بشكل مفصل عن دوال الموثوقية وهي دالة(الموثوقية) (دالة الحياة) ودالة الإخفاق (المخاطرة)

كما تم دراسة علاقات هامة تربط بين دوال الموثوقية والاخفاق والكثافة الاحتمالية.

الفصل الثاني تطرقنا الى بعض تطبيقات الانظمة البنائية المترابطة و دوال الموثوقية

الفهرست

تسلسل	عنوان الفقرة	رقم صفحه
	الفصل الاول: الانظمة البنائية المترابطة ودوال الموثوقية	١
١	المقدمة	٢
١-١	بعض الخواص البنائية للأنظمة المترابطة	٢
١-٢	تعريف البناء المترابط	٣
١-٣	نظام الوصل على التسلسل	٣
١-٤	نظام التوازي -المتسلسل	٤
١-٥	نظام الوصل على تفرع	٥
١-٦	موثوقية الانظمة بوحدات مستقلة	٧
١-٧	نظام (k,n)	٧
١-٨	نظام المعقد	٨
٢	دالة الموثوقية	٩
١-٢-١	*دالة الحياة*	١٠
١-٢-٢	بعض خواص دالة الموثوقية	١٠
١-٢-٣	دالة الاخفاق	١٢
١-٢-٤	معدل زمن حياة النظام	١٣
	مثلث العلاقات	١٤
	الفصل الثاني (بعض التطبيقات عن الأنظمة البنائية ودوال الموثوقية)	١٥
٢-١	النظام المتسلسل	١٦
٢-٢	النظام المتوازي	١٧
٢-٣	النظام المتسلسل - المتوازي	١٨
٢-٤	النظام المتوازي -المتسلسل	١٩
٢-٥	النظام المختلط	٢٠
٢-٦	نظام *k- out of – n*	٢١
	المصادر والمراجع	٢٢

الفصل الاول

CHAPTER ONE

الأنظمة البنائية المترابطة ودوال الموثوقية

١-مقدمة :

تم استحداث مفهوم الموثوقية(Reliability) التي هي عبارة عن قياس قابلية أو قدرة أي نظام معين أو جزء منه على العمل بصالحية تامة دون أعطال خلال العمر الاستخدامي المحدد له ، ويشير هذا المفهوم إلى إمكانية الجهاز أو الآلة إنجاز العمليات المخصصة لها من غير فشل (عطل) حيث إن الاهتمام المتزايد في موضوع الموثوقية يعود إلى التطورات السريعة واستخدام الأجهزة الإلكترونية المعقدة في مختلف مجالات الحياة . فالموثوقية تهتم بدراسة تأثير الأعطال و التوقفات الفجائية التي تتعرض لها المعدات والأجهزة أثناء عملها ، ومن خلال الموثوقية يمكن معرفة ما إذا كان هناك تطور أو تدهور في الإنتاج . إن كلمة موثوقية مألوفة في الحياة اليومية ، فمثالً إذا أراد زبون ما اليوم شراء سلعة ما(سيارة أو كمبيوتر أو آلة حاسبة) في اللحظة t0 فما هو احتمال أن تعمل هذه السلعة في المستقبل فترة زمنية t(يوم ، سنة.....)

١-١ بعض الخواص البنائية للأنظمة المترابطة:[2][1]

العلاقة البنائية بين النظام ووحداته علاقة محددة بين وضعين أو حالتين حالة تعمل وحالة لا تعمل وهذه الثنائية تنطبق على النظام كما هي منطبقة على كل وحدة للإشارة إلى وضع الوحدة رقم i ونحدد مؤشرا ثنائيا Xi

$$x_i = \begin{cases} 1 & ; \text{ إذا كانت الوحدة i تعمل} \\ 0 & ; \text{ إذا كانت الوحدة i لاتعمل} \end{cases} \quad \dots (1 \cdot 1)$$

من أجل i = 1,2,...,n حيث أن n عدد الوحدات في النظام

وبالمثل يشير المتغير الثنائي ϕ إلى وضع النظام:

$$\phi = \begin{cases} 1 \; ; & \text{إذا كان النظام يعمل} \\ 0 \; ; & \text{إذا كان النظام لايعمل} \end{cases} \quad \dots (1 \cdot 2)$$

ان أوضاع الوحدات تحدد تماماً وضع النظام ولذلك يكون :

$$\phi = \phi(x) \quad \dots (1 \cdot 3)$$

حيث أن $x=(x1,x2,...xn)$: تسمى الدالة $\Phi(x)$ بالدالة البنائية للنظام أما عدد الوحدات nفي النظام فتسمى بدرجة النظام.

١-٢ تعريف البناء المترابط (النظام المترابط) Coherent[1] system

نقول عن نظام مؤلف من عدة وحدات أنه بناء مترابط إذا كان

١-دالته البنائيةΦ متزايدة

٢-كل مركبة فيه مهمة

لنوجد فيما يلي دالة البناء في حالتي الوصل على التسلسل والوصل على التفرع.

١-٣نظام الوصل على التسلسل Series system:[8][7]

إذا كان لدينا نظام مؤلف من n وحدة موصولة على التسلسل ، كما هو مبين في الشكل التالي فإن هذا النظام يعمل إذا عملت جميع وحداته.

شكل(1.1): نظام مكون من n وحدة موصولة على التسلسل

يعمل النظام إذا وفقط إذا كان كل وحدة فيه تعمل عندئذ فإن الدالة البنائية تعطى بالصيغة:

$$\phi(x) = \prod_{i=1}^{n} x_i = \min(x_1, x_2, \dots, x_n) \qquad \dots \quad (1 \cdot 4)$$

مثال : افترض أن النظام يتكون من ٤ مكونات مرتبة في سلسلة. يحتوي المكونان الأولان على موثوقية 0.9 في الوقت t = 1 سنة والمكونان الآخران لهما موثوقية 0.8 عند t = 1 سنة. ما هي الموثوقية الكلية للنظام في سنة واحدة

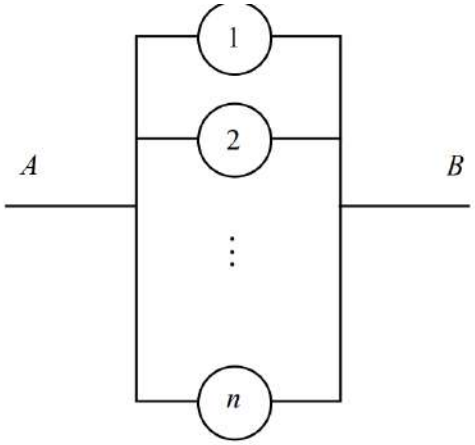
الحل: احتمالية تشغيل النظام بنجاح في نهاية السنة الأولى هي:

$$R_s(t) = R_1(t)R_2(t)R_3(t)R_4(t)$$
$$= (0.9)^2(0.8)^2 =$$

0.5184

١-٤ نظام الوصل على تفرع Parallel system: [8][7]

ذا كان لدينا نظام مؤلف من n وحدة موصولة على التفرع ، كما هو مبين في الشكل التالي فإن النظام يعمل إذا عملت إحدى مركباته على الأقل



شكل (1.2): يمثل نظام مكون من n وحدة موصولة على التفرع

والدالة البنائية له تعطى بالصيغة:

$$\phi(x) = \coprod_{i=1}^{n} x_i = \max(x_1, x_2, \dots, x_n) \qquad \dots \quad (1 \cdot 5)$$

حيث يمكن التعبير عن الاصطلاح $\coprod_{i=1}^{n} x_i$ بالشكل :

$$\coprod_{i=1}^{n} x_i = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - x_i)$$

مثال : لنفترض أن لدينا خمسة مكونات ذات موثوقية في عام واحد من الاستخدام (1) R، في 90٪ ، أو 0.9. احسب موثوقية النظام.

$$R_{sys}(t) = 1 - \coprod_{i-1}^{5} (1 - 0.9)$$

$$R_{sys}(t) = 1 - 0.1^5$$

$$R_{sys}(t) = 1 - 0.00001 = 0.99999$$

أما إذا كان النظام مختلطاً أي أن النظام مؤلف من وحدات موصولة على التسلسل وأخرى موصولة على التفرع (نظام k من nوحدة) فدالة البناء تكتب بشكل مختلف عن الحالتين السابقتين.

فمثالً ، إذا كان لدينا نظام مؤلف من n وحدة ، يعمل هذا النظام إذا عملت k وحدة من وحداته على الأقل

بما ان $\sum_{i=1}^{n} x_i$ يساوي عدد الوحدات التي تعمل فإن دالة البناء لنظام k من n وحدة تعطى بالعلاقة التالية:

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 \; if \; \sum_{i=1}^{n} x_i \geq k \\ 0 \; if \; \sum_{i=1}^{n} x_i < k \end{cases}$$

١-٥ نظام التوازي – المتسلسل Parallel –series [8]

في نظام Parallel –series ان احتمالية n من العناصر مرتبطة على التوازي تعطى R_P

$$R_P = 1 - (1 - R)^n,$$

حيث ان R هي موثوقية كل عنصر في النظام

اما اذاكان لدينا m مجموعة من العناصر مرتبطة على التسلسل series فان ايجاد موثوقية نظام تكون على المعادلة التالية:

$$R_S = [1 - (1 - R)^n]^m$$

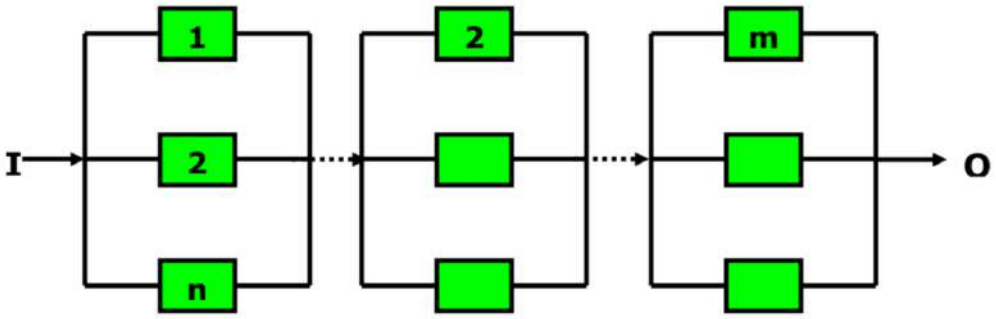


Fig : parallel – series system

١-٦موثوقية الأنظمة بوحدات مستقلة [2] [8]:

سنفرض أن الوحدات مستقلة إحصائياً ولنفرض أن حالة الوحدة رقم i يصفها المتغير العشوائي xiبحيث:

$$p(\text{xi} = 1) = p\text{i} = E(\text{xi}) \qquad \ldots(1 \cdot 6)$$

من اجل i=1,2,...n

حيث Pi احتمال أن تعمل الوحدة رقم i و(X(e القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي X وبالتالي

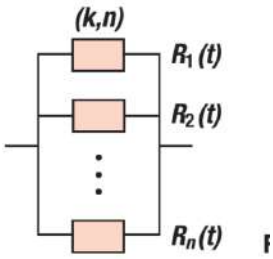
فتعرف موثوقية النظام تع R بالشكل:

$$p[\phi(\text{x}) = 1] = R = E[\phi(\text{x})] \qquad \ldots \quad (1 \cdot 7)$$

١-٧نظام (k,n)

يسمى النظام الذي يتكون من n مكونات نظام k-out-n أو (k، n) إذا كان يعمل النظام فقط عندما تكون مكونات k أو أكثر في حالة تشغيل.يتم رسم مخطط كتلة الموثوقية (الشكل ١-٣) لنظام

k-out-n بشكل مشابه إلى النظام الموازي ، ولكن في هذه الحالة ، يجب أن تعمل عناصر k على الأقل من أجل أن يكون النظام وظيفيًا.في هذا التكوين ، يعمل النظام إذا وفقط إذا خرجت مكونات k وتعمل مكونات n، $1 \le k \le n$. عندما تكون Ri = R (t) ، مع الافتراض أن وقت فشل المتغيرات العشوائية مستقلة



شكل(١-٣)

مثال

ضع في اعتبارك نظامًا يحتوي على ثمانية مكونات وسيعمل النظام إن وجد على الأقل خمسة من المكونات الثمانية تعمل (نظام 5 من 8). كل مكون لديه موثوق-قدرة 0.87 لفترة معينة. أوجد موثوقية النظام.

الحل:

$$R_S = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} R^i (1-R)^{n-i} = \sum_{i=5}^{n} \binom{8}{i} R^i (1-R)^{8-i}$$

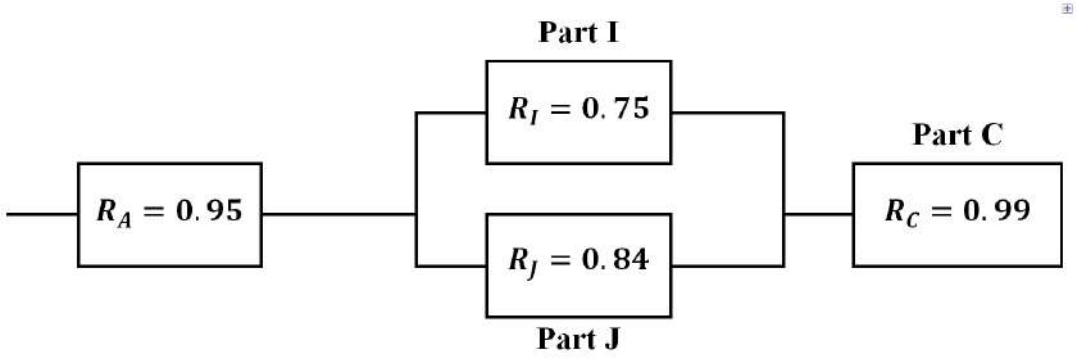
$$= \binom{8}{5} 0.87^5 (0.13)^3 + \binom{8}{6} 0.87^6 (0.13)^2 + \binom{8}{7} 0.87^7 (0.13)^1 + \binom{8}{8} 0.87^8 (0.13)^0$$

$$= 56(0.001095) + 28(0.007328) + 8(0.049043) + 0.328212$$

$$= 0.06132 + 0.205192 + 0.392345 + 0.328212 = 0.98707.$$

١- ٨ النظام المعقد (Complex System)

إذا تعذر تحليل بنية النظام إلى مجموعة من Parallel-series ، يعتبر نظامًا معقدًا .
النظام المختلط (على التوالي والتوازي) وهو النظام الأكثر تعقيداً وكما موضح في الشكل الآتي:



. $\boldsymbol{R_c = (R_A)(R_{IJ})(R_c)}$

$$= \boldsymbol{R_A[1-(1-R_I)(1-R_J)]R_C = (0.95)(0.96)(0.99) = 0.95}$$

١-٢ دوال الموثوقية

:بعد دراسة شاملة لأنظمة الوحدات بدلالة عملها أو تعطلها عند نقطة زمنية ثابتة سنأخذ اتجاهاً مختلفاً وذلك بدارسة طول حياة الوحدات ومن ثم طول حياة نظامها . في الحالة العامة يكون طول الحياة عشوائياً ولهذا ندرس توزيعات الحياة وسنحصر دراستنا في التوزيعات ذات الأهمية المباشرة في التحليل.

سنفترض على مدى هذا العمل أن T متغير عشوائي مستمر غير سالب يمثل زمن الانتظار (زمن الحياة) منذ لحظة زمنية معينة حتى وقوع الحدث المدروس.

١-٢-١ (الحياة دالة)الموثوقية دالة Reliability function :[1] [2]

اذا كان T يرمز الى زمن حياة النظام ، فان موثوقية هذا النظام عند اللحظة الزمنية t ، والتي سنرمز لها R(t) ،تعرف بالعلاقة التالية : R(t)=P(T>t) .....(1.8)

R(t) تسمى الموثوقية عند لحظة t ، بدالة الموثوقية وتكون عبارة عن احتمال أن الزمن الذي يمكن أن يتعطل عنده النظام يزيد عن t

يمكن التعبير عن دالة الموثوقية بدلالة دالة التوزيع التراكمية للمتغير العشوائي T وكالاتي :

R(t)=1-P(T<t)=1-F(t);t>0 ..... (1.9)

١-٢-٢بعض خواص دالة الموثوقية :[8][7][3]

تتمتع دالة الموثوقية بالخواص التالية:

1- .دالة غير متزايدة من أجل كل t>0 أي ان :

$$R(t) \geq R(t+\alpha), \forall \alpha > 0$$ .... (1-10)

والتي تنتج من كون : R(t)=1-F(t) ومنه نحصل على :

$$\frac{dR(t)}{dt} = -f(t) \leq 0, t \geq 0$$ (1-11)

2- في لحظة الصفر ، جميع العناصر المدروسة في النظام تكون على قيد الحياة ,ويعبر عن ذلك بالعلاقة:

$$R(0)=1 \qquad (1\text{-}12)$$

3- عندما يتناهى الزمن إلى اللانهاية ، فإن كل عناصر النظام سوف تتوقف عن العمل (تموت):

$$\lim_{t\to\infty} R(t)=0$$

مثال:

بفرض أن زمن حياة نظام ما يتبع التوزيع الأسي بالمتوسط $\boldsymbol{\mu = 1/\lambda}$ وحيث أن دالة التوزيع التراكمية تأخذ الصور

$$F(t)=1-\exp(-\lambda t) \qquad \text{..... } (1\text{-}14)$$

$$R(t)=\exp(-\lambda t) \qquad \text{.... } (1\text{-}15)$$

١-٢-٣ دالة الاخفاق Failure Function [2][8]

تعتبر دالة الإخفاق واحدة من الدوال الأخرى المفيدة لوصف موثوقية نظام ما، والتي يطلق عليها دالة الشدة

function intensity أو قوة الفناء *force mortality*

ليكن *T* يرمز الى زمن حياة النظام ، وبفرض ان *F(t)* دالة الكثافة والاحتمالية للمتغير العشوائي *T* ، وان *R(t)* هي دالة الموثوقية ،تعرف دالة الاخفاق لهذا النظام بالعلاقة التالية :

(1-16)

$$h(t)=\frac{f(t)}{R(t)}$$

يمكن تفسير الدالة *h(t)* كالاتي:

$$P\left(t<T<t+\Delta t \middle| T>t\right)=\frac{P\left(T<t+\Delta t, T>t\right)}{P\left(T>t\right)}$$

$$=\frac{\int_t^{t+\Delta t} f(u)\,du}{R(t)}$$

$$\approx h(t)\,\Delta t$$

وبالتالي فإن $h(t)\Delta t$ يكون عبارة عن تقريب لاحتمال إخفاق النظام في الفترة الزمنية $(t, t+\Delta t)$ ، بشرط أن النظام قد عمر حتى اللحظة t. تعتبر الدالة $h(t)$ كمقياس لمخاطرة الإخفاق عند اللحظة t بشرط أن البقاء حتى اللحظة t.

١-٢-٤ معدل زمن حياة النظام Expected system lifetime:

يمكن حساب معدل زمن حياة النظام بالاستفادة من دالة موثوقية النظام ، حيث يعبر عنه بالصيغة التالية:

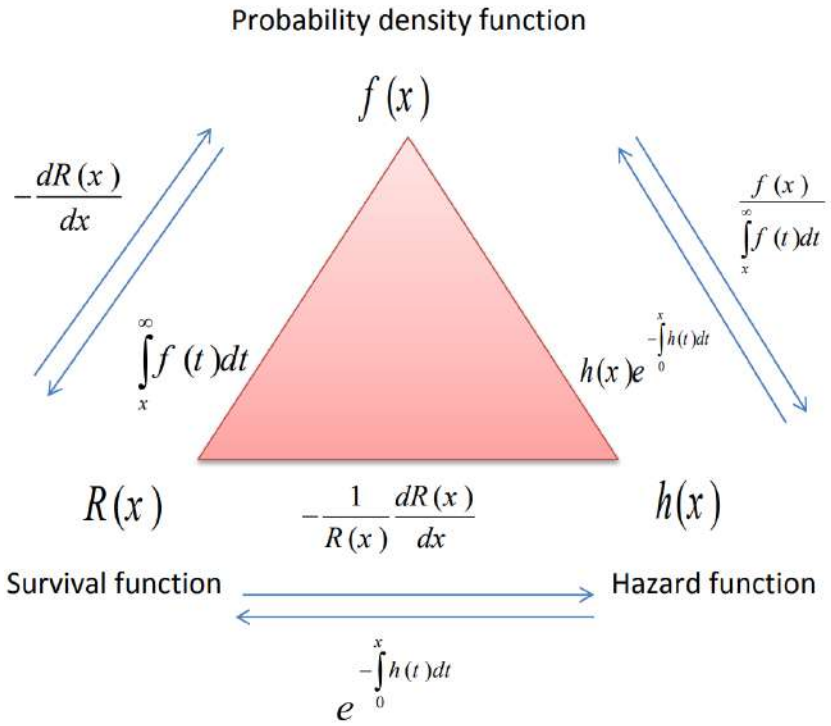
(1-16)

$$E(T) = \int_0^{\infty} R(t)dt$$

والمخطط التالي يوضح ما سبق:

مثلّث العلاقات

Triangle Relationship



الفصل الثاني

CHAPTER TWO

بعض التطبيقات عن الأنظمة البنائية المترابطة ودوال الموثوقية

٢- مقدمة:

تطرقنا في هذا الفصل الى بعض الامثلة في الانظمة البنائية المترابطة و دوال الموثوقية وكانت الامثلة عن المواضيع التالية:

(النظام المتسلسل ، النظام المتوازي ،النظام المتسلسل المتوازي ،النظام المتوازي المتسلسل ، النظام المختلط ، *k -out of –n)*

٢-١ النظام المتسلسل ***Series system***

مثال: ليكن لدينا نظام مكون من ثلاث عناصر متصلة في سلسلة كل مكون له معدل فشل ثابت كل الاتي *A=0.2 B=0.4 C=0.5*

دالة الفشل λ الموثوقية

$$R(t) = e^{-\lambda t}.$$

Thus for component A, $R_A = e^{-0.2t}$

Similarly, $R_B = e^{-0.4t}$ and $R_C = e^{-0.5t}$.

Hence the reliability of the system is:

$$R(t) = e^{-0.2t} \times e^{-0.4t} \times e^{-0.5t}$$

$$= e^{-0.2t - 0.4t - 0.5t}$$

$$= e^{-1.1t}$$

٢-٢ النظام المتوازي ***Parallel system***

مثال : ليكن لدنيا مكون *A* بمعدل فشل ثابت *1.5* لكل *1000* ساعة والمكون *B* بمعدل فشل ثابت *2* لكل *1000* ساعة متصلان على التوازي .جد الموثوقية لهذا النظام .

الحل :

لنفرض معدل الفشل ثابت لكل العنصرين

$$R_A(t) = e^{-1.5t}$$

$$R_B(t) = e^{-2t}$$

بما ان ربط توازي اذا

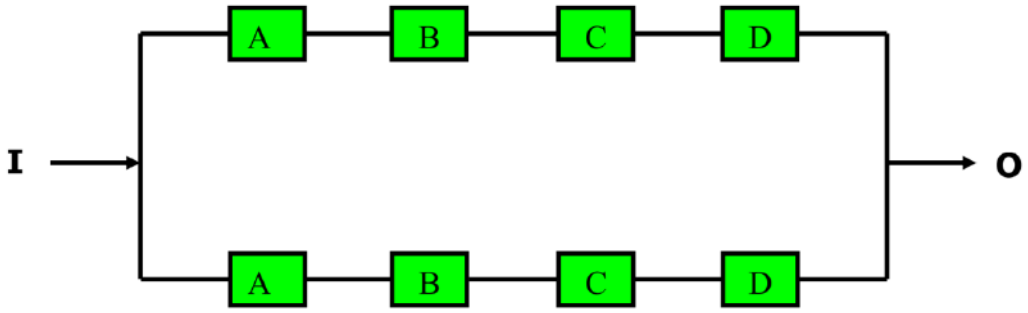
$$\begin{aligned} R_{system}(t) &= 1 - [(1 - R_A(t)) \times (1 - R_B(t))] \\ &= 1 - [(1 - e^{-1.5t})(1 - e^{-2t})] \\ &= 1 - [1 - e^{-1.5t} - e^{-2t} + e^{-1.5t} e^{-2t}] \\ &= e^{-1.5t} + e^{-2t} - e^{-1.5t-2t} \\ &= e^{-1.5t} + e^{-2t} - e^{-3.5t} \end{aligned}$$

اذا موثوقية النظام يعمل بعد *1000*ساعة هو

$$\begin{aligned} R(1) &= e^{-1.5(1)} + e^{-2(1)} - e^{-3.5(1)} \\ &= 0.3283 \end{aligned}$$

٢-٣ نظام المتسلسل-المتوازي *Series- parallel system*

مثال :احسب موثوقية النظام في الشكل الاتي



f.g: *series – parallel system*

حيث ان موثوقية كل من *A=0.95 B=0.99 C=0.90 D=0.96*

علما ان *M=4* و *N=2*

الحل:

$$R_S = 1-(1-\prod_{i=1}^{4} r_i)^2$$

$$= 1-[1-(0.95\times 0.99\times 0.90\times 0.96)]^2$$

$$= 1-(1-0.813)^2$$

$$= 0.9650 \text{ or } 96.50\%$$

٢-٤ النظام المتوازي-المتسلسل *Parallel –series*

مثال: احسب موثوقية النظام في الشكل التالي

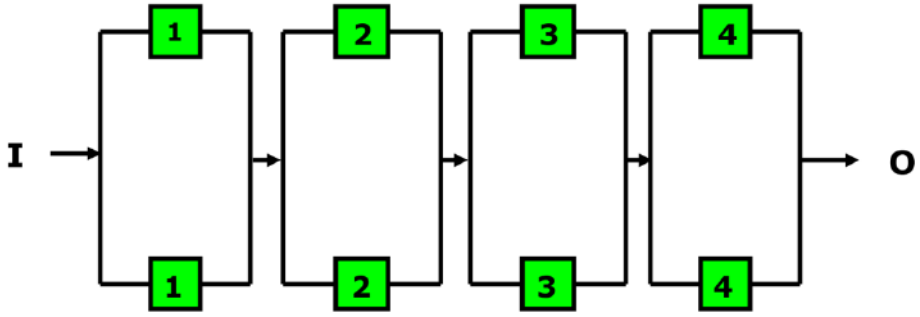


fig: *parallel – series system*

علما أن موثوقية كل عنصر في نظام هو *0.95* و *n=2, m= 4*

الحل:

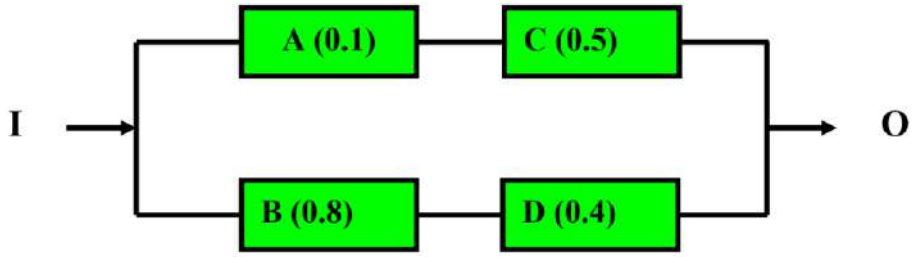
$$R_S = [1-(1-R)^n]^m$$

$$= [1-(1-0.95)^2]^4$$

$$=(0.9975)^4 = 0.9900 = 99\%.$$

٢-٥ النظام المختلط *Mixed system*

مثال : اوجد موثوقية النظام في الشكل التالي علما معدلات الفشل ثابتة لكل لسنة لمكونات نظام .



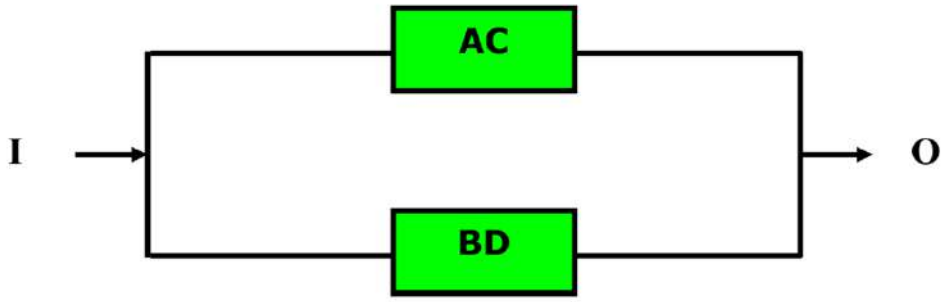
ليكن ان (*AC*) و (*BD*) هي انظمة متسلسلة فرعية من نظام موثوقية الفرع متسلسل الاعلى (*AC*) :

$$R_{top}(t) = R_A(t) \times R_C(t) = e^{-0.1t} \times e^{-0.5t} = e^{-0.6t}$$

موثوقية الفرع متسلسل الاسفل (*BD*):

$$R_{bottom}(t) = R_B(t) \times R_D(t) = e^{-0.8t} \times e^{-0.4t} = e^{-1.2t} \quad .$$

يمكننا ان نفترض ان نظامين الفرعيين (*AC*) و (*BD*) هما جزء من نظام كبير وهو نظام المتوازي .



$$R_{system}(t) = 1 - [(1 - R_{AC}(t)) \times (1 - R_{BD}(t))]$$

$$= 1 - [(1 - e^{-0.6t}) \times (1 - e^{-1.2t})]$$

$$= 1 - [1 - e^{-0.6t} - e^{-1.2t} + e^{-0.6t}\, e^{-1.2t}]$$

$$= e^{-0.6t} + e^{-1.2t} - e^{-1.8t}$$

اذا اردنا ايجاد احتمالية ان يستمر نظام في العمل لمدة ٦ اشهر ، *R(0.5)*

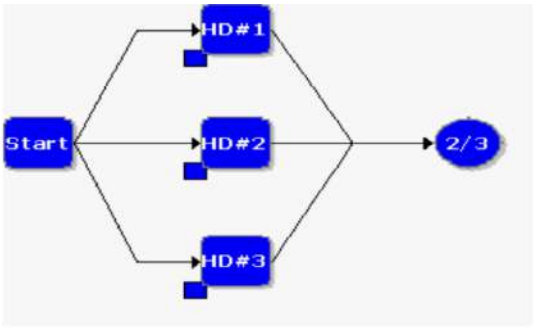
$$R(0.5) = e^{-0.6(0.5)} + e^{-1.2(0.5)} - e^{-1.8(0.5)}$$

$$= 0.741 + 0.549 - 0.407$$

$$= 0.883$$

٢-٦ نظام *k- out of – n*

مثال: لدينا ثلاث اقراص (*HARD*) في كمبيوتر تعمل على التوازي في نفس الوقت . يجب ان تعمل اثنان منها لكي يعمل النظام بشكل صحيح.لكل منها نفس السرعة والحجم لكهنا مصنوعه من شركات مختلفة ومصدقية كل منهما هي *HD#1 =0.9 HD#2=0.88 HD#3=0.85*, كل هذا في نفس وقت العملية :



الحل :

١- كل ثلاث هاردات تعمل

٢-فشل *HD#1* ، و استمرارعمل كل من *HD#2,3*

٣-فشل *HD#2* ، واستمرار عمل كل من *HD#1,3*

٤-فشل *HD#3* ، واستمرار عمل كل من *HD#1,2*

يمكن حساب نجاح الموثوقية على النحو الاتي :

$$P_S = R_1R_2R_3 + (1 - R_1)\,R_2R_3 + R_1\,(1- R_2)\,R_3 + R_1R_2\,(1-R_3)$$

او يمكن تقليل معادلة الموثوقية وكتابتها بصيغة التالية

$$R_S = R_1R_2 + R_2R_3 + R_1\,R_3 - 2\,R_1R_2\,R_3$$

او $RS = 95.86\%$

References:

1-John Wiley & Sons,2002-Inc. Applied Statistics and Probability, Third Edition,2nd Ed,822.

2-John Wiley & Sons, -Inc. PUBLICATION-"System Reliability Theory". Models, Statistical Methods, and Applications, Second Edition,4th Ed,512.

3- Bellman, R.1957-"Dynamic Programming", Princeton, N. J., Princeton University Press.

4-Nemhauser, G,.1966-"Introduction to Dynamic Programming", John wiley, New York.

5-Taha, H. A.,1976-"Operation Research, An Introduction", Macmillan Publishing Co., Inc., New York.

٦--تاج لطفي سرحان عمار محمود ، 2007 –مقدمة في العمليات العشوائية ،النشر العلمي والمطابع ،جامعة الملك سعود،المملكة العربية السعوديه ،ص٢١٤

٧-ترجمة ابو عمه وعبد الرحمن محمد ونبيه احمد عبد الهادي ،١٩٩٥ ، النظرية الموثوقية واختبارات الحياة،ص٤٢٨

٨--بري عدنان بن ماجد عبد الرحمن ،هندي محمود ابراهيم ،عبد الله انور احمد محمد ١٩٩١-مبادئ الاحصاء و الاحتمالات ،جامعة الملك سعود المملكة العربية السعوديه،ص٤١٨