**جمهورية العراق**

**وزارة التعليم العالي والبحث العلمي**

**جامعة بابل**

**كلية التربية للعلوم الصرفة**

**قسم رياضيات**

# المعادلات التفاضلية ذات الدوال المتسامية

**بحث مقدم لمجلس كلية التربية للعلوم الصرفة جزء من متطلبات نيل شهادة البكالوريوس في الرياضيات**

**اعداد الطالب**

**ذو الفقار عبد الحسين رحيم علي**

**مشرف البحث**

**م . م عدي حاتم صاحب**

**1444** **2023 م**

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿ وَيَرَى الَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ الَّذِي أُنْزِلَ إِلَيْكَ مِنْ رَبِّكَ هُوَ الْحَقَّ وَيَهْدِي إِلَى صِرَاطِ الْعَزِيزِ الْحَمِيدِ ﴾

صدق الله العلي  العظيم

سبأ[6]

# الاهداء

الى أصحاب العلم والنور المحمدي ائمتي(عليهم السلام )

.................................................

الى من اضاء ذاكرتي بفيض من علمة وخلقة

.................................................

الى من عطفها عون امي الحنون

.................................................

الى جميع اخواني اعزائي .................................................

الى كل قلب خفق حبأ ووفاء لي .................................................

الى من ساعدني ووقف الى جنبي في هذه المرحلة

.................................................

اهديهم ثمرة جهدي هذا عرفانا بفضلهم.

# الشكر والتقدير

بسم الله الرحمن الرحيم، والحمد لله رب العالمين الذي وفقنا وأعاننا على إنهاء هذا البحث والخروج به بهذه الصورة المتكاملة، فبالأمس القريب بدأنا مسيرتنا التعليمية ونحن نتحسس الطريق برهبة وارتباك، فرأينا أن (رياضيات) هدفًا ساميًا وحبًا وغاية تستحق السير لأجلها، وإن بحثنا يحمل في طياته طموح شباب يحلمون أن تكون أمتهم العربية كالشامة بين الأمم.

وانطلاقًا من مبدأ أنه لا يشكر الله من لا يشكر الناس، فإننا نتوجه بالشكر الجزيل للأستاذ ( عدي حاتم صاحب) الذي رافقني في مسيرتنا لإنجاز هذا البحث وكانت له بصمات واضحة من خلال توجيهاته وانتقاداته البناء والدعم كما نشكر عائلاتنا التي صبرت وتحملت معنا ورفدتنا بالكثير من الدعم على جميع الأصعدة، ونشكر الأصدقاء والأحباب وكل من قدم لما الدعم المادي أو المعنوي، وأخيرًا نتوجه بشكر خاص للدكتورة رئيسة القسم ازل موسى جعفر ونشكر جميع أساتذة قسم الرياضيات

## الفهرست.

# الخلاصة

الهدف من هذا البحث هو التعرف على حل المعادلات التفاضلية ذات الدوال المتسامية وتطبيقاتها وطرق حلها

في الفصل الاول يتضمن تعريف الدالة المتسامية و رتبة المعادلة التفاضلية درجة المعادلة التفاضلية وتطبيقات المعادلات التفاضلية ذات الدوال المتسامية وهذا ما تناولناه في الفصل الاول .

اما الفصل الثاني يتحدث عن طرق حل معادلات التفاضلية ذات الدوال المتسامية

وقمنا بأختزال اربعة طرق مــن الطرق الكثيرة لحل المعادلات ذات الدوال المتسامية وهي (طريقة فصل المتغيرات وطريقة معادلة برنولي وطريقة تحويلات لابلاس وطريقة المعادله التفاضلية على الصورة).

# الفصل الاول

# حل
# المعادلات
# التفاضلية
# ذات الدوال
# المتسامية
# وتطبيقاتها

# المعادلات التفاضلية ذات الدوال المتسامية

## (1-1) المقدمة

### الدالة المتسامية

هي دالة غير جبرية. سميت بالمتسامية لا نها «تتسامى» على الجبر فلا يمكن تمثيلها بعدد محدود من كثيرات الحدود ومن أمثلة على الدوال المتسامية (اللوغاريتم والأسية الدوال الزائدية ومعكوساتهم وكل دالة ليست متسامية فهي جبرية والمثلثية ).

**مثال :**

اوجد المعادلة التفاضلية التي حلها العام. $y = c\sin x \quad \dots\dots..(1)$

**الحل**

$$y` = c\cos x \dots\dots\dots(2)$$

نحذف C من المعادلتين من(2) , (1) بقسمة (2) على (1) وتكون المعادلة التفاضلية المطلوبة

$$y` = y\cot x$$

**(1-2)** رتبة المعادلة : هي رتبة اعلى معامل تفاضلي في المعادلة.

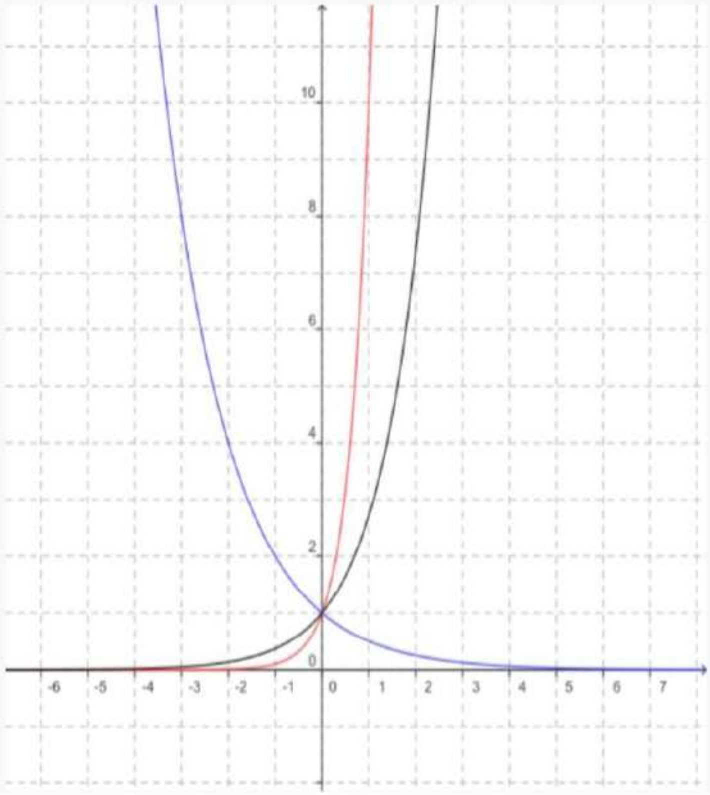
**(1-3)** درجة المعادلة : هي درجة اعلى معامل تفاضلي في المعادلة بشرط ان تكون جميع المعاملات التفاضلية خاليه مــن القوى الكسرية

# (4-1) التطبيقات

## A - الدالة الاسية :

هي واحدةٌ من أكثر الدوال أهميةً في الرياضيات. تُستخدم للدلالة على علاقةٍ يتغير وفقها متغيرٌ مستقلٌ بطريقةٍ ثابتةٍ، كما التغير النسبي للمتغير التابع، وغالبًا ما تُكتب exp(x)، ويعتمد عليها في الفيزياء والكيمياء والهندسة والبيولوجيا الرياضية والاقتصاد والرياضيات. تتميز الدوال الاسية عن بقية الدوال بوجود الأس أو القوة وهي المتغير ذاته، وهذا ما يخالف بقية الدوال، حيث يكون المتغير هو الأساس والقوة هي رقمًا . بينما في الدالة الأسية، يتغير الوضع فيصبح المتغير هو القوة (الأس)، والأساس هو رقم للتعامل مع الدوال الاسية لا بدّ من معرفة كيفية عملها، فإن كان الأس سالبًا يجب نقل الأساس إلى الجهة الأخرى من خط الكسر؛ أي بمعنى إن كانت قيمة المتغير x سالبة مثلًا (1-) تصبح الدالة الأسية التي تكون قيمة b=2: بينما إن كانت قيمته موجبةً مثلًا 2 تصبح الدالة الأسية 1

## دالة أسية




اذا يميز هذه الدالة عن باقي الدوال الرياضية هو وجود الأس، والأس في هذه الدالة يعتبر هو القوة وهو المتغير أيضاً، بينما في الدوال الرياضية الأخرى يكون المتغير هو الأساس وليس الأس كما في الدالة الأسية، للاستفادة من هذه الدالة يجب معرفة إذا ما كان الأس أي القوة سالباً أم موجباً، في حالة كون الأس سالب يلزم نقل الأساس من موضعه إلى الناحية الأخرى من الكسر

وهناك نوعان من الدوال الاسية:

### النوع الأول : دالة النمو الأسي :

هي دالةٌ تشير إلى قيمٍ متزايدةٍ تبدأ بشكلٍ بطيءٍ ثم تزداد بوتيرةٍ متسارعةٍ مع مرور الوقت وهذا ما يدعى بالنمو، حيث تعبر عن معدل النمو المتزايد للسكان والعائدات أو استخدام تقنيةٍ ما بشكلٍ ثابتٍ. يمكن التعبيرمن خلال علاقةٍ بين المتغير x ومعدل النمو r والأس t الدال على الزمن كان يمكن ملاحظة أن النموt الأسي أكبر وأسرع من النمو كثير الحدود. هي دالة من خلالها يمكن استنتاج الأحداث

## النوع الثاني : دالة التناقص الأسي

هي إحدى الدوال الاسية المستخدمة في الرياضيات للدلالة على تناقص مقدارٍ معينٍ بمعدلٍ ثابتٍ خلال فترةٍ زمنيةٍ، ويمكن التعبير عنها بالصيغة:

Y:الكمية النهائية.

a: الكمية الأساسية.

B : عامل التناقص.

X: الفترة الزمنية.

يختلف التناقص الخطي في اعتماد عامل التناقص على نسبة الكمية الحقيقية التي سيتغير الرقم الحقيقي الدال عليها مع مرور الوقت، في حين يتناقص الرقم الحقيقي بنفس المقدار خلال فترةٍ زمنيةٍ محددةٍ في الدالة الخطية. تستخدم دالة التناقص الأسي في العديد من المجالات العملية مثل حساب تكلفة استخدام شيءٍ محددٍ خلال فترةٍ زمنيةٍ طويلةٍ.

## الرسم البياني للدالة الاسية

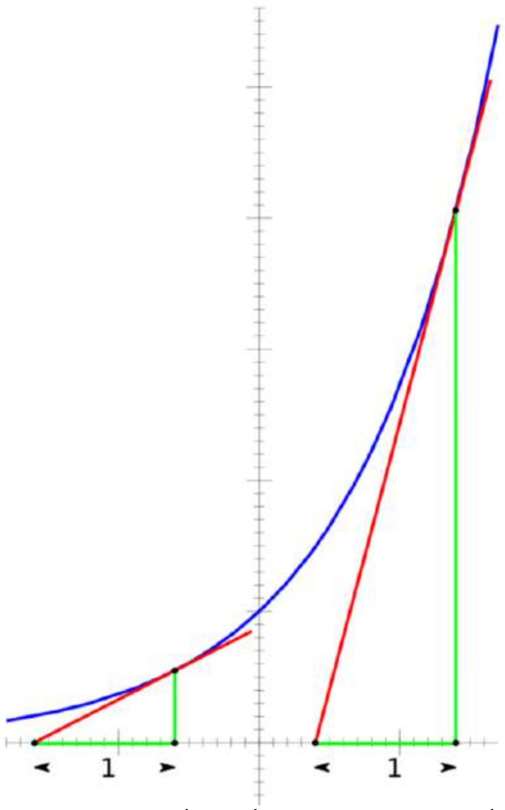
عند دراسة الدوال الاسية من المفيد جدًا معرفة الشكل العام لرسمها البياني، حيث يوجد لذلك خياران؛ الأول حين يكون الأساس أكبر من 1، والثاني أصغر من 1.

الأساس في الدوال الاسية أكبر من 1

في حال كان الأساس أكبر من 1، سيزداد طول الرسم البياني للدالة الأسية

كلما اتجه إلى اليمين ويصبح أقصر كلما اتجه إلى اليسار ويقترب من المحور x دون أن يلامسه.

الأساس في الدوال الاسية أصغر من




في حال كان الأساس في الدالة الأسية أصغر من 1 لكنه موجبٌ، سيتجه الرسم البياني للدلالة إلى الأسفل، كلما اتجه إلى اليمين، لكنه يبقى موجبًا بينما سيزداد طوله بسرعةٍ كلما اتجه إلى اليسار.

## استخدامات الدوال الاسية :

يرى العديد من الناس خاصة الطلاب الذين يدرسون الدوال الرياضية ومنها الدالة الأسية أنها ليس لها فائدة في حياتنا اليومية، وذلك غير صحيح لأن الدوال الأسية لها دور كبير في تطور حياة الإنسان فهي تتواجد وتستخدم في شؤون كثيرة منذ استيقاظ الإنسان من نومه مرورًا بأحداث يومه الكثيرة إلى أن يخلد الإنسان إلى النوم.

حيث يمكن استخدام الدوال الاسية في مجالاتٍ كثيرةٍ كحساب الفائدة المركبة في التعاملات المالية، ومعادلات النمو السكاني، والاضمحلال الإشعاعي كما ان له استخدامات واسعة في الفيزياء والكيمياء والهندسة الكهربائية والهندسة الميكانيكية والإحصاء وغيرها من العلوم.

### مثال للدالة الأسية بصفة عامة

تزايد الميكروبات : ينقسم الميكروب إلى نصفين مكونا ميكروبين، وينقسم كل منهما إلى نصفين فيصبحوا أربعة ميكروبات. ثم تنقسم الأربعة ميكروبات وتصبح ثمانية ميكروبات.

## B- اللوغاريتم :

وهو الدالة العكسية للدوال الأسية ويُعرَّف **لوغاريتم** عدد ما بالنسبة لأساس ما، بأنه الأس المرفوع على الأساس والذي سينتج ذلك العدد. فعلى سبيل المثال فلوغاريتم 1000 بالنسبة للأساس 10 هو 3 لأن $1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$. وعموما، يمكن القول أنه إذا كان $x = b^y$ فإن لوغاريتم $x$ بالنسبة للأساس $b$ هو $y$ يعبر عن ذلك رياضيات بالعلاقة[8]:

$$\log_b x=y$$

وبالرجوع إلى المثال يصبح:

$$\log_{10}(1000) = 3.$$

يعرف اللوغاريتم العشري بأنه لوغاريتم عدد ما بالنسبة للأساس 10 والذي يستخدم بشكل كبير في حساب التطبيقات العلمية والهندسية .الأسس أو اللوغاريتم هي العملية العكسية للدوال الأسية ويُعرَّف اللوغاريتم الطبيعي بأنه لوغاريتم عدد بالنسبة لأساس هو العدد النيبيري ($e$) والذي له تطبيقات كثيرة في الحسابات الهندسية والعلمية وفي الرياضيات البحتة وخاصة في التفاضل والتكامل .في حين يعرف اللوغاريتم الثنائي لعدد ما بأنه لوغاريتمه بالنسبة للأساس 2 ويستخدم بشكل كبير في علم الحاسوب والدارات المنطقية.

. كما استفادوا من خواص اللوغاريتمات باستبدال عمليات الضرب لإيجاد لوغاريتم جداء عددين بخاصية الجمع وفق الخاصية[8]:

$$\boldsymbol{log_b(xy) = log_b(x) + log_b(y)}$$

## مشتقة الدالة اللوغاريتمية

نستخدم القانون التالي لايجاد مشتقة الدالة اللوغاريتمية

اذا كان

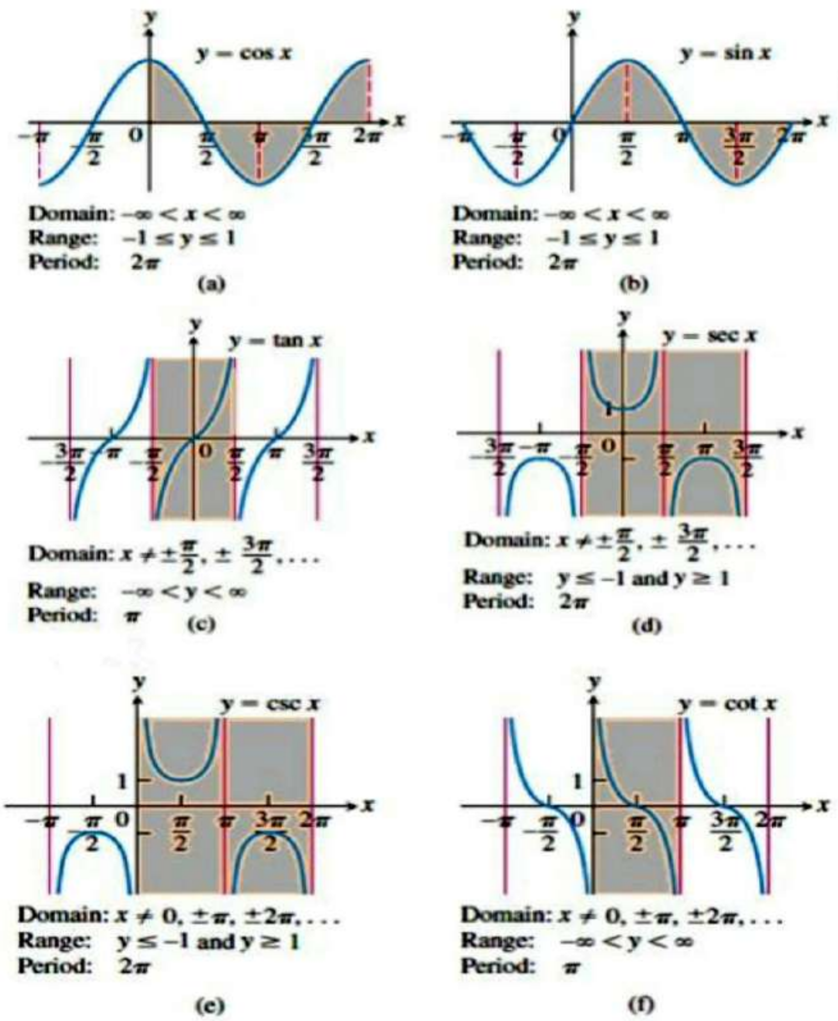
$$y = \ln u$$

حيث u دالة او متغير

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{u}\frac{du}{dx}$$

# C - الدوال المثلثية :

وهي دوال لزاوية هندسية وهي ذات اهمية لدراسة مثلث او عرض ظواهر دورية او متكررة كالموجات ويمكن تعريف هذه الدوال كنسبة بين اضلاع مثلث قائم يحتوي تلك الزاوية و الشكل ادناه يوضح رسم هذه الدوال و منطلق Domain ومدى Range ودورة period كل منها [6]




شكل رقم (١)

# الفصل الثاني

# طرق حل المعادلات التفاضلية ذات الدوال المتسامية

## 1 – حل المعادلات التفاضلية ذات الدوال المتسامية بطريقة فصل المتغيرات.

إذا أمكن وضع المعادلة على الصورة

$$f(x)\, dx + g(y)\, dy = 0$$

حيث أن $f(x)$ دالة فى $x$ فقط و $g(y)$ دالة فى $y$ وبذلك فإن عملية فصل المتغيرات تكون تحققت ولحل المعادلة بعد عملية الفصل ، نستخدم التكامل المباشر فيكون الحل :

$$\int f(x)\, dx + \int g(y)\, dy = C$$

حيث $C$ ثابت اختيارى ، ويسمى ذلك الحل بالحل العام ، ويمكن وضع الثابت الاختيارى على أى صورة حسب متطلبات تبسيط شكل الحل العام .

وإذا علم شرط ابتدائى ، نستطيع حذف الثابت الاختيارى والحل الناتج يكون حلاً خاصاً .

**مثال :**

أوجد الحل العام والمنحنى الخاص الذى يمر بالنقطة $(0,0)$ للمعادلة التفاضلية .

$$e^x \cos y\, dx + (1 + e^x) \sin y\, dy = 0$$

**الحـــــل :**

بفصل المتغيرات ، وذلك بقسمة طرفى المعادلة المعطاة على $\cos y\,(1 + e^x)$ فنحصل على :

$$\therefore \frac{e^x}{1+e^x}dx+\frac{\sin y}{\cos y}dy=0$$

بالتكامل المباشر $\therefore\ \ln(1+e^x)-\ln|\cos y|=\ln c$

$$\therefore \ln\frac{(1+e^x)}{|\cos y|}=\ln c$$

وبذلك يكون الحل العام للمعادلة هو : $1+e^x=c\,|\cos y|$

بالتعويض عن $x=0,\ \ y=0$

$\therefore\ 1+1=c$ و $c=2$

ويكون الحل الخاص $1+e^x=2\,|\cos y|$

---

**مثال :**

أوجد الحل العام للمعادلة : $y'+e^x y=e^x y^2$

**الحـــــل :**

نكتب المعادلة على الصورة $y'=e^x(y^2-y)$

ثم بفصل المتغيرات نحصل على : $e^x\,dx=\frac{1}{y(y-1)}dy$

وباستخدام الكسور الجزئية نجد أن : $e^x\,dx=\left[\frac{1}{y-1}-\frac{1}{y}\right]dy$

ثم بالتكامل المباشر نحصل على : $-e^x=\ln|y-1|-\ln|y|+c$

وهو الحل العام ...

## 2- حل المعادلات التفاضلية ذات الدوال المتسامية بطريقة معادلة برنولي .

تكون المعادلة على الصورة :

$$\frac{dy}{dx}+P(x)\,y=Q(x)\,y^{n}$$

حيث $n \neq 0, 1$ تسمى معادلة برنوللى ، $n$ عدد حقيقى .

وهذه المعادلة يمكن أن تتحول إلى معادلة خطية :

١ـ بالقسمة على $y^n$ نجد أن :

$$y^{-n}\frac{dy}{dx}+P(x)y^{-n+1}=Q(x) \qquad (1)$$

٢- نفترض أن $z = y^{-n+1}$ ثم باشتقاق الطرفين بالنسبة إلى $x$ نحصل على :

$$(-n+1)y^{-n}\,\frac{dy}{dx}=\frac{dz}{dx}$$

٣- بضرب طرفى $(1)$ فى $(-n+1)$ والتعويض عن $y$ بدلالة $z$ نجد أن :

$$\frac{dz}{dx}+(-n+1)\,P(x)\,z=(-n+1)\,Q(x)$$

٤- نضع $(-n+1)\,P(x) = p(x)$ ، $(-n+1)\,Q(x) = q(x)$

تصبح المعادلة على الصورة :

$$\frac{dz}{dx}+p(x)\,z=q(x)$$

وهى معادلة تفاضلية خطية فى $z$ .

٥- حل المعادلة هو :

$$I(x)\,z=\int I(x)\,q(x)\,dx+C$$

٦- ثم باستبدال $z = y^{-n+1}$ ، نحصل على الحل المطلوب :

$$I(x)\,y^{-n+1}=\int I(x)\quad q(x)\ dx+C$$

حيث

$$I(x)=e^{\int p(x)\,dx}$$

**<u>مثال :</u>**

أوجد حل المعادلة :

$$dy + 2xy\,dx = xe^{-x^2} y^3\,dx$$

**<u>الحـــــل :</u>**

يمكن وضع المعادلة على الصورة :

$$\frac{dy}{dx} + 2x\,y = xe^{-x^2} y^3$$

وهى معادلة برنوللى

∴ بالضرب فى $y^{-3}$ نحصل على :

$$y^{-3}\frac{dy}{dx} + 2xy^{-2} = xe^{-x^2} \qquad (1)$$

بوضع $y^{-2} = z$ نجد أن :

$$-2y^{-3}\frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx}$$

بضرب المعادلة $(1)$ فى $-2$ والتعويض عن $y$ بدلالة $z$ فيكون :

$$\frac{dz}{dx} - 4xz = 2xe^{-x^2}$$

وهى معادلة خطية على الصورة

$$\frac{dz}{dx} + p(x)\,z = q(x)$$

أى أن :

$$p(x) = -4x \qquad , \qquad q(x) = -2xe^{-x^2}$$

فيكون

$$\int p(x)dx = -2x^2$$

$$I(x) = e^{-2x^2}$$

$$\int I(x)\,q(x)\,dx = \int e^{-2x^2}\left(-2xe^{-x^2}\right)dx$$

$$= -2\int xe^{-3x^2}\,dx = \frac{1}{3}e^{-3x^2}$$

∴ حل المعادلة على الصورة

$$I(x)z = \int \mu(x)\,q(x)\,dx + c$$

أى أن

$$e^{-2x^2} z = \frac{1}{3}e^{-3x^2} + c$$

وحيث أن $z = y^{-2}$ فيكون :

$$e^{-2x^2} y^{-2} = \frac{1}{3}e^{-3x^2} + c$$

أو

$$e^{x^2} y^{-2} = \frac{1}{3} + c\,e^{3x^2}$$

## 3- حل المعادلات التفاضلية ذات الدوال المتسامية بواسطة تحويلات لابلاس.

سوف نستخدم تحويل لابلاس ومعكوسه في حل المعادلات التفاضلية ذات الدوال المتسامية

**مثـــال:**

أوجد حل المعادلة التفاضلية العادية

$$\frac{dy}{dx} + 2y = \cos x$$

حيث $y(0) = 1$

**الحـــل:**

بالتأثير بمؤثر لابلاس على طرفى المعادلة التفاضلية المعطاة نجد أن

$$L\{\frac{dy}{dx}\} + 2L\{y(x)\} = L\{\cos x\}$$

لدينا

$$L\{\frac{dy}{dx}\} = p\bar{y}(p) - y(0)$$

$$L\{y(x)\} = \bar{y}(p)$$

$$L\{\cos x\} = \frac{p}{p^2+1}$$

فنحصل على

$$py(p) - y(0) + 2y(p) = \frac{p}{p^2+1}$$

وبالتالى فإن

$$\bar{y}(p) = \frac{p}{(p+2)(p^2+1)} + \frac{y(0)}{(p+2)}$$

ولكن من الشروط الإبتدائية $y(0) = 1$ نحصل على :

$$\bar{y}(p) = \frac{p}{(p+2)(p^2+1)} + \frac{1}{(p+2)}$$

وبالتحليل إلى كسور جزئية نجد أن

$$\frac{p}{(p+2)(p^2+1)} = -\frac{2}{5}(\frac{1}{p+2}) + \frac{1}{5}(\frac{1+2p}{p^2+1})$$

ومنها

$$\bar{y}(p) = -\frac{2}{5}(\frac{1}{p+2}) + \frac{1}{5}(\frac{1+2p}{p^2+1}) + \frac{1}{p+2}$$

$$= \frac{1}{5}(\frac{1}{p^2+1}) + \frac{2}{5}(\frac{p}{p^2+1}) + \frac{3}{5}(\frac{1}{p+2})$$

وباستخدام مؤثر لابلاس العكسى نحصل على

$$y(x) = \frac{1}{5}L^{-1}[\frac{1}{p^2+1} + \frac{2}{5}L^{-1}\{\frac{p}{p^2+1}\} + \frac{3}{5}L^{-1}\{\frac{1}{p+2}\}$$

$$= \frac{1}{5}\sin x + \frac{2}{5}\cos x + \frac{3}{5}e^{-2x}$$

ويكون حل المعادلة التفاضلية المعطاة هو

$$y(x) = \frac{1}{5}\sin x + \frac{2}{5}\cos x + \frac{3}{5}e^{-2x}$$

4- حل المعادلات التفاضلية ذات الدوال المتسامية بطريقة المعادلات التفاضلية على الصورة .

$$f'(y)\frac{dy}{dx}+P(x)\,f(y)=Q(x) \qquad (1)$$

حيث $P(x),\ \ Q(x)$ دوال فى المتغير $x$ و $f(y)$ دالة فى المتغير $y$ فقط و $f'(y)$ هــو تفاضــل الدالة $f(y)$ بالنسبة إلى $y$ .

لحل هذا النوع من المعادلات فإننا نستخدم التعويض

$$z=f(y) \qquad (2)$$

ومنها بالتفاضل بالنسبة إلى $x$ نحصل على

$$\frac{dz}{dx}=f'(y)\frac{dy}{dx}$$

بالتعويض فى المعادلة التفاضلية $(1)$ نحصل على :

$$\frac{dz}{dx}+P(x)z=Q(x) \qquad (3)$$

المعادلة $(3)$ معادلة تفاضلية خطية فى $z$ يمكن حلها بإيجاد المعامل المكامل ثــم نســتخدم التعويض $(2)$ لايجاد الحل العام للمعادلة التفاضلية $(1)$ .

**مثال :**

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية :

$$e^y \frac{dy}{dx} + e^x = x$$

**الحــــل :**

نأخذ التعويض $z = e^y$ ومنها بالتفاضل بالنسبة إلى $x$ نجد أن :

$$\frac{dz}{dx} = e^y \frac{dy}{dx}$$

بالتعويض فى المعادلة المعطاة نجد أن

$$\frac{dz}{dx} + z = x$$

وهذه معادلة تفاضلية خطية وحلها هو :

$$z = x e^x - e^x + c$$

بذلك يكون الحل العام للمعادلة التفاضلية هو :

$$e^y = e^x (x-1) + c$$

حيث $c$ ثابت اختيارى .

# المـراجـع

## أولاً : المراجع الأجنبية :


1) M.D. Raisinghania: Advanced Differential Equations. S. Chand and Company Ltd., India 1991.

2) E.D. Rainville and P. Bedient: Elementary Differential Equations. McMillan Pub. Co., New York, 1980.

3) M. Rao: Ordinary Differential Equations. John Wiley and Sons. N.Y. 1989.

4) S. Ross: Ordinary Differential Equations. John Wiley and Sons. N.Y. 1990.


## ثانياً المراجع العربية :


٥) المعادلات التفاضلية : ريتشارد برنسون (سلسلة شوم) الدار الدولية للاستثمارات الثقافية ، ترجمة د. حسن العويضى ، د. عبد الوهاب عباس (٢٠٠١) القاهرة .

٦) نظريات المعادلات التفاضلية ، د. رحمة عبد الكريم ، مطبوعات جامعة الملك سعود ، ١٤٠٨هـ .

٧) نظريات وسائل ، المعادلات التفاضلية (سلسلة شوم) فرانك أيرز ، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية ، ١٩٩٧م .

٨) المعادلات التفاضلية العادية ، الجزء الثانى : د. حسن العويضى – د. عبد الوهاب عباس ، د. سناء على زارع ، دار الرشد ، ٢٠٠٥ .