



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة بابل
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات

مشاكل النقل

البحث مقدم الى كلية التربية للعلوم الصرفة - جامعة بابل وهو جزء من متطلبات نيل شهادة البكالوريوس في
الرياضيات

أعداد الطالب

اركان محمد مرزاق

بأشراف

أ.د. مشناق عبد الغني شخير الجنابي

٢٠٢٣ م

١٤٤٤ هـ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

((يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ وَاللَّهُ
بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ))

صدق الله العلي العظيم

«سورة المجادلة: الآية 11»

الاهداء

الى من كان حلمه ان اكون واصبحت ما كان يريد الى والدي

الى من عززت في داخلي شخصي الى امي المرأة المجاهدة

الى كل معلماتي اللاتي كن سببا في وصولي الى اخوتي مصدر قوتي

الى صاحب الفضل الكبير اسناذي و مشرفي (أ. د. مشتاق عبد الغني شخير الجنابي) وكل اساتذتي
في قسم الرياضيات

الى زملائي واصدقائي

الى كل من كان له اثر

اهداهم جميعا لخشي المنواضع

شكر و تقدير

الحمد لله الأول قبل الإنشاء والإحياء والآخر بعد فناء الأشياء العليم الذي لا ينسى من ذكره ولا ينقص من شكره ولا يخيب من دعاه ولا يقطع رجاء من رجاه .

والصلاة والسلام على أشرف الخلق والمرسلين أبي القاسم محمد وعلى اله الطيبين الطاهرين .

أما بعد . . . فإني يسعده أن أتقدم بالشكر الجزيل ووافر الامتنان لأستاذي الفاضل الأستاذ الدكتور (مشتاق عبد الغني شخير الجنابي) لتفضله مشكورا " باقتراح موضوع البحث ووقوفه معي لإكمال وإخراج البحث بشكله الحالي .

كما يطيب لي ويسعدني أن أتقدم بوافر الشكر والتقدير والاعتزاز لكافة تدريسي كلية التربية للعلوم
الصرفة قسم الرياضيات .

كما أتقدم بمخالص شكري وامتناني إلى كل من مد لي يد المساعدة في إخراج هذه الدراسة على أكمل وجه وان

اختتم بحشي بعون الله

المحتويات

الصفحة	الموضوع
٧	الفصل الأول
٩	نموذج النقل و تخفيض التكاليف
٩	توافر الشروط
١١	عناصر مشكلة النقل
١١	حل مسائل النقل بحج اتباع خطوات متسلسلة
١١	طرائق الحل
١٢	طرق اختبار مثالية الحل
١٤	الفصل الثاني: طرق إيجاد الحل الاساسي
١٥	طرائق حل مشاكل النقل
١٥	طريقة الركن الشمالي الغربي
١٩	طريقة اقل تكاليف
٢٢	طريقة فوجل القربية
٢٧	اختبار امثلية الحل
٢٧	طريقة المسار المنعرج
٣١	طريقة التوزيع المعدل
٣٤	المصادر

الخلاصة

لقد تناولنا في هذا البحث فصلين فالفصل الاول يتحدث عن مقدمة تاريخية وتحدثنا عن نموذج النقل و تخفيض التكاليف وبعض الشروط وعن عناصر مشاكل النقل وكذلك تناولنا الخطوات اللازمة لحل مسائل النقل وكذلك طرق لاختبار مثالية الحل و اما الفصل الثاني تحدثنا عن طرق إيجاد الحل الأساسي ومن اهم المواضيع وهي طرق حل مشاكل النقل والطرق هي طريقة الركن الشمالي الغربي و طريقة اقل التكاليف وطريقة فوجل التقريبية وكذلك تحدثنا عن طرق اختيار مثالية الحل بطريقتين وهي طريقة المسار المتعرج وطريقة التوزيع المعدل .

الفصل الأول

مقدمة

(١-١) المقدمة

نطلق على مجموعه الاساليب العلمیة المستخدمة لحلّ المشكلات والبحث على الحلول المثلى أسم بحوث العمليّات و هو مصطلح اطلق على مجموعه البحوث والدراسات التي تساعدنا على اتخاذ قرار مدروس كالقيام بعمل ما على افضل وجه ضمن الامكانيّات المتاحة تعد بحوث العمليّات من العلوم التطبيقية الحديثة التي احرزت تطبيقاتها نجاحا واسعا في مختلف مجالات الحياة ان الخاصية التي يميز بها العلم هو اعداد نموذج علمي وعملي لنظام معنّ تضمن تحديّد العوامل المؤثرة والتنبؤ ومقارنة النتائج لمساعدة ادارة في قياس دقة النظام المستخدم ومن اتخاذ القرارات المناسبة والسليمة .

خلال ثلاثين سنة الاخيرة تم تطوير اسلوب رياضي سمي بالبرمجة الخطية و الذي تم تطبيقها بنجاح لحل مختلف انواع العمليّات الصناعية و التجارية و العسكرية و في عام ١٩٤٦ قال العالم B. Dantziny بتطوير طريقة منهجية لحل مسألة البرمجة الخطية تعرف الان بطريقة (السبلكس) والتي ازداد استخدامها مع تطوير الحاسبات الالكترونية خلال الحرب العالمية الثانية وبنتيّة محدودة الموارد العسكرية كلفت الحكومة البريطانية فريق من كبار العلماء لدراسة مسائل كيفية توزع الموارد العسكرية وما تناسب افضل وضع دفاع جوي وبري ولما اطلق على الدراسات اسم بحوث العمليّات او بحث العمليّاتي ثم اخذت هذه التسمية تطلق على كافة الابحاث الدراسات التي تتعامل مع مسائل البرمجة الخطية او التوزع ومسائل اتخاذ القرار وقد حثت النتائج المشجعة لفريق بحوث العمليّات البريطانية

الإدارة العسكرية الجوية على أن تكون متشابهة للقيام بدراسات الإلزمة هذا المجال وقد وجدت هذا الفرّيق أن أسألّيب مسائل التفضيل التقليدية كطريقة مضارب لكرانج .

(٢-١) نموذج النقل وتخفيض التكاليف:

يعتبر نموذج النقل أحد النماذج الرياضية الخاصة والذي يهدف إلى إيجاد أسلوب أمثل لتوزيع (نقل أو شحن) سلعة أو مادة ما من مناطق إنتاجها أو عرضها (المصانع) إلى مناطق استهلاكها أو طلبها (المناطق البيعية أو المخازن) بحيث تكون تكلفة النقل الكلية للسلعة أو المادة أقل ما يمكن. ويشترط لاستخدام نموذج النقل

(٣-١) توافر الشروط التالية:

١، وجود طاقات محدودة ومعروفه ومقاسه كميا للمصانع والمخازن التي تنقل منها السلع أو المواد. وكذلك فإن المناطق البيعية أو المخازن كجهات طالبة يجب أن تكون احتياجاتها محددة ومقاسه بشكل كمي.

٢- وجود مسارات متعددة لنقل أو شحن السلع أو المواد من مناطق الإنتاج أو العرض إلى مناطق الاستهلاك أو الطلب، حتى يمكن الاختيار والمفاضلة بين هذه المسارات البديلة.

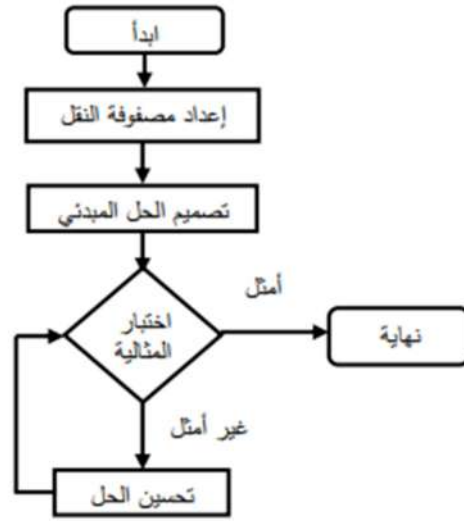
٣. ثبات تكلفة نقل الوحدة من السلعة أو المادة من موقع شحنها إلى موقع وصولها، وذلك للحفاظ على الصفة الخطية. المراحل الأساسية لحل مشكلة النقل :

يتضمن نموذج النقل الخاص لحل مشكلة النقل المراحل الأساسية التالية:

- ١- إعداد مصفوفة النقل ومن ثم تصميم حل ميدني أساسي ممكن يلبي احتياجات النهايات المختلفة في حدود الطاقات المتاحة للمصادر، ويمكن تحديد هذا الحل بعدة طرق من أهمها طريقة الركن الشمالي الشرقي وطريقة أدنى تكلفة وطريقة فوجل التقريبية.
- ٢- اختبار مثالية الحل: وذلك بتحديد تكلفة الفرصة المضاعة لكل خلية من الخلايا الفارغة- أي المتغيرات غير الأساسية في الحل الذي يتم اختباره - للتعرف على

ما إذا كان يمكن تخفيض تكلفة النقل الكلية بشغل خلية أو أكثر خلاف تلك الخلايا التي تم شغلها في الحل السابق (المبدئي). وتتحقق مثالية الحل إذا كانت تكاليف الفرصة المضاعة لجميع الخلايا الفارغة سالبة أو مساوية للصفر .

٣- تصميم حلول أخرى وذلك باستخدام الخلايا الفارغة التي تحقق أكبر تخفيض في تكلفة النقل الكلية (أي إدخال متغيرات غير أساسية في الحل لتصبح متغيرات أساسية). ثم يتم تكرار الخطوتين السابقتين حتى تصل إلى الحل الأمثل. ويوضح شكل (١/١) المراحل الأساسية لنموذج النقل [1]



شكل رقم (١)

* تم وضع خوارزمية النقل التي تقدم حلولاً للمشاكل الاقتصادية والإدارية في قطاعات نقل الموارد من مصادر الإنتاج إلى أماكن الاستخدام وذلك بأقل تكلفة ممكنة.

خوارزمية النقل تعد تطويراً لاحقاً لأسلوب البرمجة الخطية.

*تعتبر مشكلة النقل حالة خاصة من البرمجة الخطية وهي تعالج مشاكل نقل البضائع وتوزيعها. عناصر مشكلة النقل:

(١-٤) عناصر مشكلة النقل

١- مواقع توزيع: [مصانع، مستودعات] تمثل العرض.

٢- مواقع طلب: [مراكز تجارية، زبائن محددة مواقعهم] تمثل الطلب.

٣- تكلفة نقل محددة.

٤- كمية العرض = كمية الطلب [2]

(١-٥) لحل مسألة النقل يجب القيام بالخطوات المتسلسلة التالية:

١- صياغة المسألة في صورة برمجة خطية (مصفوفة نقل)، وذلك وفق الشكل العام التالي:

٢- إيجاد حل أساسي أولي ممكن وحساب التكلفة الأولية لهذا الحل (يوجد عدة طرائق).

٣- اختبار أمثلية الحل، وإذا كان هناك إمكانية لتحسين الحل فيجب القيام به.

(١-٦) يوجد العديد من الطرائق وأكثرها استخداما ما يلي:

شروط أساسي لتطبيق هذه الطريقة أن يتساوى مجموع العرض بالطلب. تتكون طريقة الحل من مرحلتين:-

المرحلة الأولى: وتتضمن إيجاد حل أولي قابل للتنفيذ. وتتم باستخدام:-

أولا: طريقة الركن الأول (الزاوية الشمالية الشرقية):

نبدأ التوزيع بالخلية الأولى س١ع١ ونشبعها بالكمية المطلوبة، ثم ننتقل للخلايا التي تليها في الصف أو في العمود (حسب الحالة) ونشبعها، وهكذا حتى يتم توزيع كمية العرض على مراكز الطلب.

. **ثانياً: طريقة التكلفة الأقل:** تعتمد هذه الطريقة على التكلفة الأقل فالأكثر بالتتابع ونوزع الموارد على هذه الخلايا بالتسلسل حتى تنتهي عملية التوزيع.[2]

ثالثاً طريقة فوجل : ويتم فيها تحديد الفرق بين اقل تكلفتين في كل صف وعمود ثم ابدأ بتحديد الصف أو العمود صاحب اكبر فرق وابدأ بتحقيق مطالب اقل تكلفة فيه ثم شطب الصف أو العمود الذي انتهت طلباته أو إمداداته ثم تكرر ما سبق حتى نهاية كل المطالب والإمدادات[3]

هناك عدة طرق لاختبار مثالية الحل منها :

١. طريقة الحجر المتنقل ، المسار المتعرج (stepping stone method) .

يتم اختيار الحل بعد ما وجدنا الحل الأساسي المقبول بإحدى الطرق السابقة وحساب مجموع التكاليف الكلية لمشكله النقل وتحديد عدد المتغيرات الأساسية تساوي $m+n-1$

٢. الطريقة المعدلة (طريقة التوزيع المعدلة) (طريقة المضاريب) (modified distribution) .

يتضح مما تقدم أن طريقة المسار المتعرج تعتمد في تقييم الخلايا الفارغة على حساب تكلفة الفرصة المضاعة لتلك الخلايا وذلك عن طريق تحديد المسار المغلق لكل خلية فارغة وحساب الأثر على التكلفة. ولا شك أن تحديد المسارات المغلقة لكل الخلايا الفارغة يتطلب مجهود في مرحلة تقييم الخلايا الفارغة. أما طريقة التوزيع المعدل فإنها تنفادى هذه المشكلة وتتيح لنا فرصة إتمام عملية تقييم الخلايا الفارغة ببساطة، حيث تبدأ هذه الطريقة مباشرة بحساب تكاليف الفرصة المضاعة للخلايا الفارغة بالاستعانة ببيانات التكاليف للخلايا المشغولة دون ما حاجة إلى تحديد وتتبع المسارات المغلقة لكل الخلايا الفارغة، ولكن يكفي فقط بعد

تحديد الخلية المرشحة للدخول للحل الجديد (وهي الخلية التي لها أكبر تكلفة فرصة مضاعة

موجبة) بتحديد المسار المغلق الذي يتضمن هذه الخلية فقط.[1]

الفصل الثاني

طرق إيجاد الحل الأساسي والامثل

(١-٢) طرق حل مشكلة النقل

هنالك ثلاثة طرق لتحديد الحل الأولي لمشكلة النقل المتوازن :

١ - طريقة الركن الشمالي الغربي

٢ - طريقة أقل التكاليف

٣- طريقة فوجل التقريبية

وتختلف الطرق الثلاثة في نتائج الحل الأساسي الذي تقدمه وينتج الحل الابتدائي الأفضل قيمة

هدف أصغر)، لذا نقوم بحل مشكلة النقل صوب الموضوع أو الشيء المراد حله وفق المثال

التوضيحي الذي سوف يتم حله بالطرق الثلاثة لاحقاً [4]

أولاً : طريقة الركن الشمالي الغربي

ينتج من استعمال هذه الطريقة حلاً أساسياً ولكن غالباً ما يحتاج الحل إلى اختبار وتحسين لأن

الطريقة لا تأخذ بنظر الاعتبار التكاليف الخاصة بالنقل من مصادر الانتاج إلى أماكن التوزيع،

وانما تعتمد التوزيع بدءاً من الركن الشمالي الغربي (الزاوية العليا من الجدول) باتجاه

الجانب الآخر من الجدول إلى أن يتم توزيع

الكميات المنتجة على احتياجات أماكن التوزيع وفي هذه الطريقة نبدأ بتخصيص أكبر كمية

ممكنة للمتغير الواقع في الركن الشمالي أي المتغير الغربي الأسلوب [4,5,6]

تعد هذه الطريقة من أسهل الطرائق على الإطلاق، حيث لا تأخذ بنظر الاعتبار الكلف ، ولا

يستخدم فيها أي منطق علمي في عملية التوزيع الكميات المتاحة من حيث العرض والطلب .

وتتلخص خطوات هذه الطريقة بما يلي:

١. لابد أن يكون النموذج متوازن بمعنى أن $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$

٢. أبداً بأول مربع من جهة اليسار بمعنى تفعيل الخلية S_1D_1

٣. اختر كمية المواد الأقل من حيث الطلب أو التجهيز بمعنى أن $X_{ij} = \min(a_{ij}, b_j)$

٤. أ طرح كمية المواد من الطلب أو التجهيز وصفر كمية المواد باتجاه الطلب إذا كانت كمية الطلب مستنفذة (مساوية للصفر). أو باتجاه التجهيز إذا كانت كمية التجهيز مستنفذة

٥. انتقل للمربع التالي (سواء كان طلب أم تجهيز)

٦. إذا كانت كمية المواد في أحد المربعات مستنفذة فاقفز عنه

٧. كرر ما ورد أعلاه ، ثم احسب الكلفة الكلية. مع مراعاة أن عدد الخلايا المشغولة $n+m-1$

مثال

اوجد الحل الأساسي المقبول من المصفوفة النقل ادنا مستخدما طريقة النكن الشمالي الغربي

To From	D₁	D₂	D₃	D₄	Supply
S₁	20	16	14	20	9
S₂	9	15	16	10	8
S₃	8	13	5	9	7
S₄	9	6	5	11	5
Demand	5	10	5	9	

الحل

بما ان مجموع الكميات المطلوبة هي نفسها مجموع الكميات المعروضة و تساوي ٢٩ ورياضيا

$$\sum_{i=l}^{i=m} a_i = \sum_{j=l}^{j=n} b_j = 29$$

وعلية الحل الأساسي المقبول للمصفوفة النقل هي كالآتي

From \ To	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	Supply
S ₁	20 5	16 4	14	20	9 4
S ₂	9	15 6	16 2	10	8 2
S ₃	8	13	5 3	9 4	7 4
S ₄	9	6	5	11 5	5
Demand	5	10 6	5 3	9 5	

وان مجموع عدد المصادر ومراكز الاستلام (الاطار) يساوي سبعة بمعنى ان (n+m-1=7) وان

المسافة		الكمية المنقولة	كلفة الوحدة الواحدة (s)	الكمية المنقولة * كلفة الوحدة الواحدة (s)
S ₁	D ₁	5	20	5*20=100
S ₁	D ₂	4	16	4*16=64
S ₂	D ₂	6	15	6*15=90
S ₂	D ₃	2	16	2*16=32
S ₃	D ₃	3	5	3*5=15
S ₃	D ₄	4	9	4*9=36
S ₄	D ₄	5	11	5*11=55

الكلفة الكلية (S)	392
-------------------	-----

مثال : اوجد الحل الأساسي المقبول من مصفوفة النقل ادناه مستخدما طريقة الركن الشمالي الغربي

From \ To	D ₁	D ₂	D ₃	Supply
S ₁	11	10	7	250
S ₂	8	9	12	300
S ₃	13	6	5	300
Demand	300	200	200	

الحل : بما ان مجموع الكميات المطلوبة ٧٠٠ وان مجموع الكميات المعروضة ٨٥٠ وعلية سيتم إضافة مركز استلام وهي وبكلفة مقدارها صفر وهو $D_4 = 850 - 700 = 50$ وان مصفوفة النقل ستكون بالشكل الاتي

TO \ from	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	supply
S ₁	11	10	7	0	250
S ₂	8	9	12	0	300
S ₃	13	6	5	0	300
Demand	300	200	200	150	850
					850

والحل الأساسي المقبول لمصفوفة النقل هو كالآتي [7]

From \ To	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	Supply			
S ₁	11 250	10	7	0	250		
S ₂	8 50	9 200	12 50	0	300	250	50
S ₃	13	6	5 150	0 150	300	150	
Demand	300 50	200	200 150	150				

وان الكلفة الاجمالية

$$\min z = 250 * 11 + 50 * 8 + 200 * 9 + 50 * 12 + 150 * 5 = 6300$$

ثانياً: طريقة اقل التكاليف

تجد طريقة اقل التكاليف الحل الأولي (الاساسي) من خلال التركيز على طرق واطنة الكلفة، وفي هذه الطريقة تبدأ بالخلية التي تمتلك اقل كلفة نقل، وبعد ذلك يتم عبور الصف أو العمود المشبع لحاجة أماكن التوزيع وتعديل كميات التجهيز والطلب بناءً على ذلك، وإذا تم إشباع (انهاء) الصف والعمود في وقت واحد فإنه يتم عبور واحد، ويطبق الشيء نفسه كما في طريقة الركن الشمالي الغربي ومن ثم

ابحث عن الخلية ذات التكاليف النقل الأصغر وتكرر العملية إلى أن يتم ترك صف واحد أو

عمود واحد من دون عبور [4,6] وتسمى أيضاً بالطريقة الحدسية (Intuitive

Approach) وكذلك بالطريقة ذات الأقل كلفة للمصفوفة (Minimum Matrix

Method) هي طريقة أفضل من الطريقة السابقة حيث تأخذ بنظر

الاعتبار كلفة النقل من المصدر إلى المركز، وتتلخص خطوات هذه الطريقة بما يلي

١. لابد أن يكون الأنموذج متوازن بمعنى أن $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$

٢. حدد الخلية ذات كلفة اقل في المصفوفة ككل وخصص لها اقل كمية ممكنة. وفي حالة وجود اكثر من خلية ذات كلفة اقل، اختر تلك الخلية التي يمكن نقل اكبر كمية ممكنة من خلالها

٣. أطرح كمية المواد من المصدر المجهز (الصف) أو من مركز الطلب (العمود) من الكمية المراد

٤. إذا كان المتوفر من المصدر (الصف) قد استنفذ فاقفز عنه، وإذا تم تلبية الطلب (العمود) فاقفز نقلها عنه

٥. كرر ما ورد أعلاه، ثم احسب الكلفة الكلية. مع مراعاة أن عدد الخلايا المشغولة $n+m-1$

[7]

مثال

اوجد الحل الأساسي المقبول من مصفوفة النقل ادناه مستخدما طريقة الحدسية

From \ To	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	Supply
S ₁	20	16	14	20	9
S ₂	9	15	16	10	8
S ₃	8	13	5	9	7
S ₄	9	6	5	11	5
Demand	5	10	5	9	

الحل : بما ان مجموع الكميات المطلوبة نفسها مجموع الكميات المعروضة تساوي ٢٩ ورياضيا

$$\sum_{i=1}^{i=m} a_i = \sum_{j=i}^{j=n} b_j = 29$$

وعليه فان الحل الأساسي المقبول لمصفوفة النقل هو كالآتي

From \ To	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	Supply		
S ₁	20	16 5	14	20 4	9	4
S ₂	9 3	15	16	10 5	8	5
S ₃	8 2	13	5 5	9	7	2
S ₄	9	6 5	5	11	5	
Demand	5 3	10 5	5	9 4

عدد

وان مجموع

المصادر ومركز الاستلام (الاطار) يساوي سبعة بمعنى ان $n+m-1=7$ وان الكلفة الكلية

$$\min(z) = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=m} c_{ij} x_{ij} = 308$$

ثالثاً : طريقة فوجل التقريبية

تتميز هذه الطريقة بمميزات تمكننا من الحصول على الحل الامثل لنموذج النقل بشكل مباشر أو بعد تطبيق عدد صغير جداً من الدورات الخاصة بالحسابات التكرارية وفيما يلي الخطوات الأساسية لهذه الطريقة :

١ - حساب الفرق بين اصغر كلفتين (غير متساويتين) في كل صف وفي كل عمود من جدول التكاليف ويسمى هذا الفرق بكلفة الجزاء.

٢ - تختار الفرق الأكبر من بين تكاليف الجزاء للصفوف والأعمدة على السواء وفي حالة تساوي بعض الفروق نختار الصف أو العمود المناظر لأعلى فرق عشوائياً.

٣- بعد تحديد الصف أو العمود المناظر لأكبر فرق تخصص قيمة للمتغير الذي تكون كلفة نقله اقل ما يمكن في ذلك الصف أو العمود

٤- تحذف الصف أو العمود الذي أصبح مجموعه مساويا للصفر

٥- نكرر الخطوات الأربعة أعلاه وتستمر إلى إن توزع جميع الوحدات المعروضة على الوحدات المطلوبة.

مثال

اوجد الحل الأساسي المقبول من مصفوفة النقل ادناه مستخدماً طريقة فوجل التقريبية

to from	D_1	D_2	D_3	D_4	supply
s_1	20	16	14	20	9
s_2	9	15	16	10	8
s_3	8	13	5	9	7
s_4	9	6	5	11	5
Demand	5	10	5	9	

الحل

بما ان مجموع الكميات المطلوبة هي نفسها مجموع الكميات المعروض وتساوي ٢٩ ورياضيا

$$\sum_{i=1}^{i=m} a_i \sum_{j=1}^{j=n} b_j = 29$$

وعليه فان الحل الأساسي المقبول لمصفوفة النقل كالآتي

TO	D_1	D_2	D_3	D_4	supply
----	-------	-------	-------	-------	--------

From					
S_1	20	16	14	20	9
		5		4	
S_2	9	15	16	10	8
	3			5	
S_3	8	13	5	9	7
	2		5		
S_4	9	6	5	11	5
		5			
Demand	5	10	5	9	

Differences

2 2 4 0 0
 1 1 1 1 1
 3 3 1 1 ...
 1

1 7 0 1
 1 2 9 1
 1 2 ... 1
 1 1
 11 10

وعلية فان الكلفة الاجمالية

$$mn(z) = \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=n} c_{ij} x_{ij} = 308$$

مثال

اوجد الحل الأساسي المقبول من مصفوفة النقل ادنا مستخدما طريقة فوجل التقريبية

From \ TO	D_1	D_2	D_3	supply
S_1	11	10	7	250
S_2	8	9	12	300
S_3	13	6	5	300
Demand	300	200	200	

الحل

بما ان مجموع الكميات المطلوبة ٧٠٠ وان مجموع الكميات المعروضة ٨٥٠ وعلية سيتم إضافة مركز استلام ومي وبكلفة مقدارا صفر وهو $D_4 = 850 - 700 = 150$ وان مصفوفة النقل ستكون بالشكل الاتي

From \ TO	D_1	D_2	D_3	D_4	Supply
S_1	11	10	7	0	250
S_2	8	9	12	0	300
S_3	13	6	5	0	300
Demaand	300	200	200	150	850

					850
--	--	--	--	--	-----

وعلية فان الحل الأساسي المقبول لمصفوفة النقل كالآتي [7]

from \ To	D_1	D_2	D_3	D_4	supply
s_1	11	10	7	0	250
			100	150	
s_2	8	9	12	0	300
	300	0			
s_3	13	6	5	0	300
		200	100		
Demand	300	200	200	150	

Differences

3	3
1	1	1	1
1	1	1	7

Differences

3	3	2	...
3	3	2	...
5	3	7

5300

(٢-٢) اختبار امثلية الحل Test optimality solution

ايجاد الحل الاساسي المقبول لايغني نهاية المشكلة انما استخدام أساليب لاختبار هل ان الحل الذي تم الحصول عليه هو حل امثل أي حل وحيد لايمكن ايجاد حل أفضل منه [8]

طريقة المسار المتعرج stepping stone

يتم اختبار الحل بعد ما اوجدنا الحل الأساسي المقبول بأحدى الطرق السابقة وحساب مجموع التكاليف الكلية لمشكلة النقل وتحديد عدد المتغيرات الاساسية تساوي $m+n-1$ [8]

يتم اختبار الحل

١- المربعات المشغولة بكميات نقل X تعرف بالمتغيرات الاساسية اما المربعات الفارغة تسمى بالمتغيرات الغير الاساسية

٢- ايجاد مسار مغلق لكل متغير غير اساسي (مربع فارغ) ويتكون من مجموعة من قطع المستقيمات المتعاقبة افقيا عموديا

أو عموديا افقيا يبدأ المسار المغلق من مربع المتغير غير الاساسي وزواياه تكون متغيرات اساسية وينتهي المسار عند نفس المربع بالحفاظ على تعاقب الاشارات + + + + +

٣- اذا كانت كلف المسارات موجبة يدل على ان الحل أما في حالة وجود كلف سالبة يدل على ان الحل غير امثل.

	Albuquerque	Boston	Cleveland
Des Moines	100	5	4
Evansville	200	8	100
Fort Lauderdale		9	100

Stepping stone method of optimality [9]

$$I_{DE} = 4 - 5 + 8 - 4 = 3$$

	Albuquerque		Boston		Cleveland	
Des Moines	100	5		4		3
		-1			+1	
Evansville	200	8	100	4		3
		+1		-1		
Fort Lauderdale		9	100	7	200	5
			+1		-1	

	Albuquerque		Boston		Cleveland	
Des Moines	100	5		4		3
Evansville	200	8	100	4		3
			-1		+1	
Fort Lauderdale		9	100	7	200	5
			+1		-1	

	Albuquerque		Boston		Cleveland		Capacity
Des Moines	100	5		4		3	100
Evansville	100	8	200	4		3	300
Fort Lauderdale	+100	9	0	7	200	5	300
Demand	300		200		200		700

$$z = 100 \times 5 + 100 \times 8 + 200 \times 4 + 100 \times 9 + 200 \times$$

$$= 500 + 800 + 800 + 900 + 100 = 4000$$

D To B	I_{DB}	+DB-DA+AE- EB	4-5+8-4	+3
D to C	I_{DC}	DC-DA+FA- FC	3-5+9-5	+2
E to C	I_{EC}	EC-EA+FA- FC	3-8+9-5	-1
F to B	I_{FB}	FB-EB+EA- FA	7-4+8-9	+2

	Albuquerque		Boston		Cleveland		Capacity
Des Moines	100	5		4		3	100
Evansville	0	8	200	4	+100	3	300
Fort Lauderdale	+200	9	0	7	100	5	300
Demand	300		200		200		700

$$Z = 100 \times 5 + 200 \times 9 + 200 \times 4 + 100 \times 3 + 100$$

$$= 500 + 1800 + 800 + 300 + 500 = 3900$$

D To B	I_{DB}	+DB-DA+FA- FC+EC-EB	4-5+9-5+3-4	+2
D to C	I_{DC}	DC-DA+FA- FC	3-5+9-5	+2
E to C	I_{EC}	EA-FA+FC- EC	8-9+5-3	+1
F to B	I_{FB}	FB-EB+EC- FC	7-4+3-5	+1

طريقة التوزيع المعدل (MODI) :

لا تختلف هذه الطريقة في النهاية عن طريقة التخطي إنما الاختلاف يكون فقط في المنهجية حيث يعبر أن طريقة التوزيع المعدل تعتمد على افتراض وجود مجهولين V يعبر عن الأعمدة و U عن الأسطر و حاصل جمعهما بالنسبة للخلايا المعبئة (الداخلة بالحل) يساوي تكلفة نقل وحدة واحدة من الفرع أ إلى المركز أ و يعبر عنها بالشكل: [10]

$$U_i + V_j = C_{ij}$$

حيث أ يعبر عن السطر و ز يعبر عن العمود. الخطوة الأولى نوجد قيم U و V بعد ذلك نوجد القيم الحدية للخلايا غير الداخلة في الحل الاساسي و ذلك عن طريق المعادلة :

$$\sigma_{ij} = C_{ij} - U_i - v_j$$

و تعود الأمور تماماً كما في مرحلة التخطي. و سنوضح ذلك بمثال:

Example: consider the transportation problem given below

Retail Factories	1	2	3	4	5	capacity
1	1	9	13	36	51	50
2	24	12	16	20	1	100
3	14	33	1	23	26	150
Demand	100	70	50	40	40	300

Step: first we have to determine the basic feasible solution using least method

Retall Agency Factories	1	2	3	4	5	capacity
1	1 50	9	13	36	51	50
2	24	12 60	16	20	1 40	100
3	14 50	33 10	1 50	23 40	26	150
Requirement	100	70	50	40	40	

The basic feasible solution is

$$x_{11} = 50, x_{22} = 60, x_{25} = 40, x_{31} = 50, x_{32} = 10, x_{33} = 50 \text{ and } x_{34} = 40$$

$$z = 50 * 1 + 60 * 12 + 40 * 1 + 50 * 14 + 10 * 33 + 50 * 1 + 40 * 23 = 2810$$

Step2:the dual variables u_1, u_2, u_3 and v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 can be calculated from the corresponding c_{ij} values is

$$u_1 + v_1 = 1, u_2 + v_2 = 12, u_2 + v_5 = 1, u_3 + v_1 = 14$$

$$u_3 + v_2 = 33, u_3 + v_3 = 1, u_3 + v_4 = 23$$

$$u_3 = 0$$

$$u_1 = -13, u_2 = -21, u_3 = 0$$

$$v_1 = 14, v_2 = 33, v_4 = 23$$

Step: $c_{ij} - u_i - v_j$

$$cell(1,2) = c_{12} - u_1 - v_2 = +13 - 33$$

$$cell(1,3) = c_{13} - u_1 - v_3 = 13 + 13 - 1 = 25$$

$$cell(1,4) = c_{14} - u_1 - v_4 = 36 + 13 - 23 = 26$$

$$cell(1,5) = c_{15} - u_1 - v_5 = 51 + 13 - 22 = 42$$

$$cell(2,1) = c_{21} - u_2 - v_1 = 24 + 21 - 14 = 31$$

$$cell(2,3) = c_{23} - u_2 - v_3 = 16 + 21 - 1 = 36$$

$$cell(2,4) = c_{24} - u_2 - v_4 = 20 + 21 - 23 = 18$$

$$cell(3,5) = c_{35} - u_3 - v_5 = 26 - 0 - 22 = 4$$

Because all the other $c_{ij} - u_i - v_j \geq 0$ thus the revised basic feaic

solution is $x_{11} = 40, x_{12} = 10, x_{22} = 60, x_{25} = 40, x_{31} = 60, x_{33} =$

$50, x_{34} = 40, z = 40 * 1 + 10 * 9 + 60 * 12 + 40 * 1 + 60 * 14 +$

$50 * 1 + 40 * 23 = 2700$

المصادر

- ١-جمال عبد العزيز – بحوث عمليات في المحاسبة –كلية التجارة جامعة القاهرة – القاهرة -٢٠٠٩ -
- ٢-امل مختار – البرمجة الخطية – (نماذج خاصة) [5مشكلة النقل والتوزيع امل ٤٠.pdf](#).
- 3-جاسم عبيد جاسم – مشاكل النقل و التوزيع – قسم انضمه حاسبات
- 4-Taghrid Imam, "Solving Transportation Problem Using Object-Oriented model, IJCSNS, VOL 9.NO.2.2009.
- 5- - Prem Kumar Gupta, D.S. Hira, " Operation Research: An Introduction", S.C Hand and Co. Ltd. New Delhi, 1999.
- 6- HamdyA Taha" Operation Research: An Introduction ", Prentice hall, 7 editions, 2006.
- 7-وقاص سعد ،سرمد علوان صالح -بحوث عمليات –1990
- ٨- <https://uomustansiriyah.edu.iq>
- 9- Edwin k.p.chong Stanislaw H.zak –introduction to optimization –colorado state - university
- 10-احمد حاتم –بحوث عمليات –الجمهورية العربية السورية -٢٠١٨