وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة بابل
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات

متتالية فيبوناتشي وتطبيقاتها في التشفير

أعداد الطالبة

تبارك حسين علي كاظم

بأشراف

م.م. عدي حاتم صاحب الشمري

بحث مقدم الى مجلس قسم الرياضيات في العلوم الصرفة جامعة بابل
وهو جزء من متطلبات نيل درجة البكالوريوس

1445هـ 2024م

الآية

آية الكرسي سورة البقرة آية ٢٥٥

الاهداء

الى من بلغ الرسالة وأدى الأمانة... ونصح الأمة

الى نبي الرحمة ونور العالمين سيدنا محمد (عليه وعلى آله السلام)

إلى من كلله الله بالهيبة والوقار.. إلى من علمني العطاء بدون انتظار الى من أحمل اسمه بكل افتخار فلقد كان له الفضل الاول في بلوغي التعليم (والدي الحبيب)

إلى ملاكي في الحياة.. الى معنى الحب والى معنى الحنان والتفاني.. الى بسمه الحياة وسر الوجود .... الى من كان دعائها سر نجاحي إلى أغلي الحبايب (أمي الحبيبة)

الى من كان لهم بالغ الأثر في كثير من العقبات والصعاب (اخواني واخواتي)

الى من لم يتوانوا في مد يد العون لي.. إلى الذين حملوا أقدس رسالة في الحياة إلى اللذين مهدوا لنا طريق العلم والمعرفة ... (أساتذتي الأفاضل)

الشكر والتقدير

الحمد والشكر لله أولاً وأخراً ...

أقدم شكري وأمتناني الى جميع من أعانوني وساعدوني في اخراج هذا البحث بفضلهم وجهدهم على الآراء القيمة التي أبدوها لي وخصوصاً مشرف البحث والى الهيئة التدريسية في القسم عموماً،

وراجياً من الله ان أكون قد أصبت أكثر مما أخطأت وان يستفاد مما بذلت من جهود، آملاً أن أكون قد أعطيت الموضوع بعض حقه، وأسأل الله أن يعلمنا ما ينفعنا، وينفعنا بما علمنا.

المحتويات

الخلاصة

يتقسم البحث هذا الى فصلين الفصل الأول هو عن تعريف متتالية فيبوناتشي وهي متتالية تتكون من ان جمع كل حدين لها يعطي الحد الثالث {0,1,1,2,3,5,8,13,21,…} اول من ذكرها هو العالم ليوناردو بيسانو في كتابه ليبر أباتشي وذكر الصيغة الرياضية لها واثباتها عن طريق استخدام النسبة الذهبية والتي هي عبارة قسمة عددين ليكون ناتجهما هو 1.618033 والتي ارتباطها بمتتالية فيبوناتشي هو ان قسمة الحد الأكبر من متتالية فيبوناتشي على الحد الأصغر منها يعطي ناتج شبيه بالنسبة الذهبية، وذكر علاقة متتالية فيبوناتشي والنسبة الذهبية بالطبيعة واشكال العالم من حولنا، وكذلك تم التطرق لمتتاليات شبيهه بمتتالية فيبوناتشي كمتتالية لوكاس.

وفي الفصل الثاني تم ذكر فكرة جديدة في التشفير وهي مدخل لأسلوب يستخدم متتالية فيبوناتشي ومتتاليات شبيه له في تشفير النصوص وذكر خوارزميات للتشفير وكذلك إيضاح كيفية فك تشفير النصوص المشفرة بمثل هذه المتتالية.

الفصل الأول: متتالية فيبوناتشي

مقدمة:

متتالية فيبوناتشي او اعداد فيبوناتشي هو تسلسل من الاعداد حيث كل حد هو مجموع الرقمين اللذين يسبقانه. ويتم تعريفها من خلال العلاقة التراجعية التي تحددها المعادلة:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

في بعض الكتب تبدأ الاعداد من الصفر ثم الواحد فتكون على الشكل {0,1,1,2,3,5,8,13,..}

وكتب أخرى يكون فيها الحد الأول والثاني هو واحد أي على الشكل {1,1,2,3,5,8,13,21,..}

لقد بدأ العالم ليوناردو بيسانو والمعروف باسم فيبوناتشي بدراسة هذه المتتالية في أوربا في أشهر كتبه ليبر أباتشي وأعتبر التكاثر على افتراض (وهو غير صحيح في علم الاحياء) مجموعة ارانب وكالآتي: **(مقال من الموسوعة الحرة)[1]**

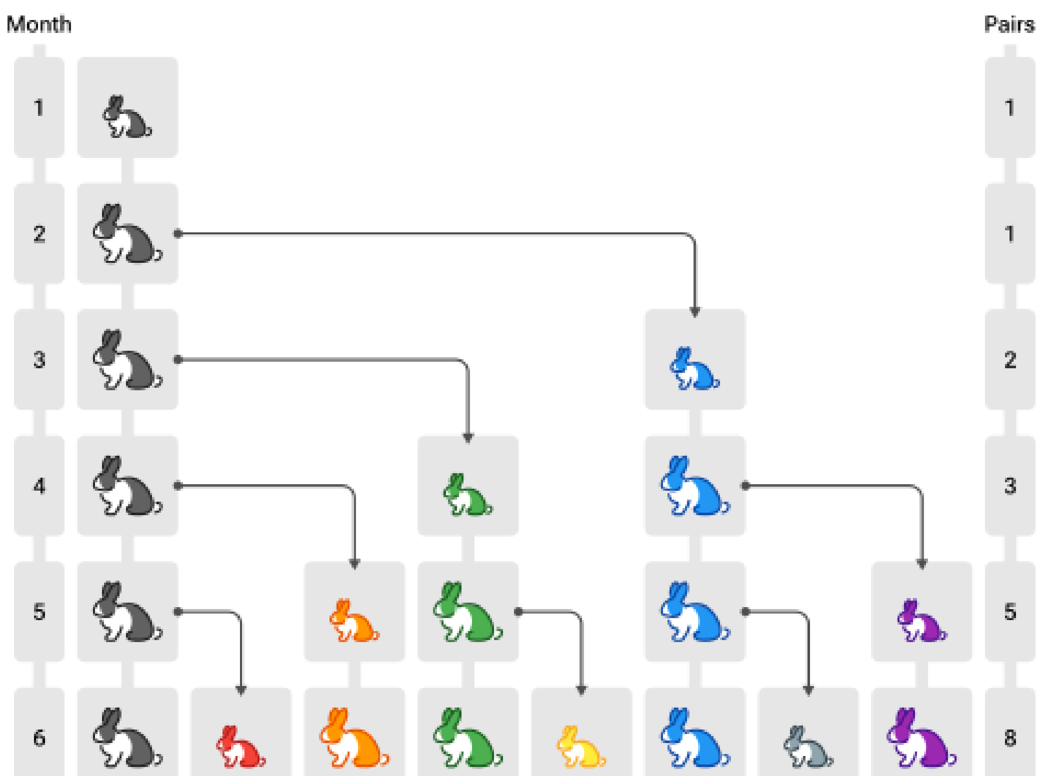
حقل به زوج من الأرانب حديثي الولادة أحدهما ذكر والأخر انثى، فالأرانب بأماكنها التزاوج بعد مرور شهر ويمكنها الانجاب في شهر واحد، لذا في نهاية الشهر التالي تكون الأنثى قد ولدت زوج من الارانب، بافتراض انه لم يمت أي ارنب خلال مدة معينة وبافتراض ان في كل شهر ينتج زوج من الارانب (ذكر وانثى) بدأ من الشهر التالي. **(مقال من الموسوعة الحرة)[1]**

فكان اللغز الذي طرحه فيبوناتشي هو: كم سيكون عدد الأزواج في السنة الواحدة؟

- في نهاية الشهر الأول سيحصل تزاوج، ولكن يبقى ان هناك زوج واحد فقط.
- في نهاية الشهر الثاني الانثى تلد زوجا جديدا، لذا سوف يكون هناك زوجين من الارانب في الحقل.

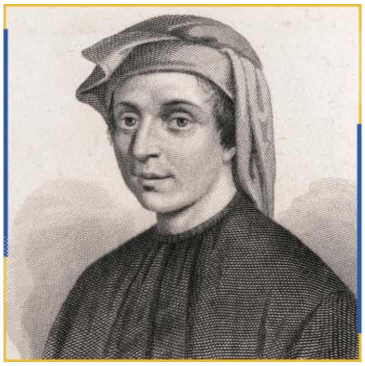
- في نهاية الشهر الثالث الانثى الأصل تلد زوجا جديدا، مما يصبح العدد هو ثلاث ازواج من الارانب في الحقل.
- في نهاية الشهر الرابع تلد الانثى الأصل زوجا من الارانب، والانثى التي ولدت قبل شهرين تلد أول زوج لها من الارانب، مما يصبح العدد هو خمس ازواج.
- في نهاية الشهر الخامس تلد الانثى الأصل زوجا من الارانب، والانثى التي ولدت في الشهر الثاني تلد زوجا من الارانب، والانثى التي ولدت في الشهر الثالث سوف تلد زوجا من الارانب، مما يصبح العدد هو ثمانية ازواج.

في نهاية المطاف عند الشهر n, عدد ازواج الارانب يساوي عدد ازواج الارانب في الشهر $n-2$ مع عدد ازواج الارانب في الشهر $n-1$ وهذه هي اعداد فيبوناتشي. وعند نهاية السنة سوف يكون هنالك 144 زوجا من الارانب (كما في الشكل 1.1). **(مقال من الموسوعة الحرة) [1]**



الشكل 1.1

(1.1) حياة ليوناردو بيسانو واعماله



الشكل 1.2

على الرغم من أن عمله معروف جيدًا، إلا أنه لا يُعرف سوى القليل عن حياة فيبوناتشي. في حين أنه لا يوجد تاريخ أو مكان لميلاده معروف على وجه اليقين، فمن المرجح أنه ولد في وقت ما حوالي عام 1170م بالقرب من مدينة بيزا بإيطاليا.

(Keith,2011, p.27–29) [4].

فيبوناتشي تعني "**من اسرة بوناتشي**"، ومع ذلك، كان من الممكن أن يُعرف باسم ليوناردو بيسانو، أو ليوناردو بيزا، في إشارة إلى المدينة التي ولد فيها. أبوه، جويليمو بوناتشي، كان تاجرًا من بيزا. كانت بيزا في ذلك الوقت مركزًا مزدهرًا للتجارة الدولية، وكان التجار من أهم أعضاء مجتمعها. عندما انتهت العصور المظلمة، مما أدى إلى تجدد الاهتمام بالتجارة وبدأت بلدان أوروبا مرة أخرى في التطور والازدهار **(keith,2011, p.27–29) [4].**

على مدار حياته، كتب فيبوناتشي العديد من الكتب، بما في ذلك ليبر أباتشي، التي نشرت مزايا الأرقام الهندية وناقشت مسائل رياضية مختلفة. وكتاب في الهندسة يتضمن علم المثلثات والبراهين، وكتاب عن الزهور، وكتاب عن نظرية الأعداد، مما أكسبه شهرة كبيرة كعالم رياضيات موهوب للغاية. **(posamentier & lehmann, 2007, p. 19–20) [6]**

(1.2) الصيغة الرياضية لمتتالية فيبوناتشي

تمتلك متتالية فيبوناتشي تعبيرا منغلق الشكل وهو تعبير رياضياتي عُبر عنه باستعمال عدد منتهي من العمليات. قد يحتوي تعبير منغلق الشكل على ثوابت ومتغيرات وعمليات معروفة (مثل + − × ÷) ودوال من قبيل الجذر النوني والأس واللوغاريتم والدوال المثلثية والدوال الزائدية العكسية. ولا إمكانية لوجود نهايات أو اشتقاقات أو تكاملات في تعبير منغلق الشكل.

في الصيغة العامة للمتتالية نستخدم **النسبة الذهبية** Ø التي سوف نتطرق لها في الفصل الثاني بشكل أوسع. **(مقال من الموسوعة الحرة)[1]**

الصيغة العامة لمتتالية فيبوناتشي هي: $F(n) = \frac{1}{\sqrt{5}}(\emptyset^n - \emptyset'^n)$

حيث: $\emptyset = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.6180339887 \ldots$ و $\emptyset' = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = 0.6180339887 \ldots$

تسمى هذه الصيغة صيغة بينيت نسبة الى عالم الرياضيات الفرنسي جاك فيليب ماري بينيه.

يمكن اثبات صحة المتتالية عن طريق الاستقراء الرياضي.

(مقال من الموسوعة الحرة)[1]

ليكن:

$$F(0) = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^0 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^0}{\sqrt{5}} = \frac{1-1}{\sqrt{5}} = 0$$

$$F(1) = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^1 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^1}{\sqrt{5}} = \frac{\frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{1-\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\frac{\sqrt{5}+\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\frac{2\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$$

$$\boldsymbol{F(n) + F(n-1)}$$

$$= \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}} + \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)+1\right)\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} - \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)+1\right)\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} - \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{2}\right)\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} - \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{2}\right)\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}}{\sqrt{5}} = \boldsymbol{F(n+1)}$$

$$\therefore \boldsymbol{F(n+1) = F(n) + F(n-1)}$$

(1.3) حساب متتالية فيبوناتشي في البرمجة

ان حساب الحدود الأولى للمتتالية قد يبدو بسيطا، ولكن عند التقدم في حسابها قد يبدو صعبا للغاية بل مستحيلا حتى على برامج الحاسوب مثل الاكسل اذ عند الوصول الى عدد واحد بليار أي الحد الخامس والسبعين سوف يكون الجمع خاطئا (كما في الجدول 1.1)،

60	956722026041
61	1548008755920
62	2504730781961
63	4052739537881
64	6557470319842
65	10610209857723
66	17167680177565
67	27777890035288
68	44945570212853
69	72723460248141
70	117669030460994
71	190392490709135
72	308061521170129
73	498454011879264
74	806515533049393
75	1304969544928660

الجدول 1.1

في هذا الجدول نلاحظ ان الحد ال 73 احاده هو 4

والحد ال 74 احاده هو 3

لذا يجب ان يكون احاد الحد ال 75 هو 7

لذا لا بد من التوجه بذلك الى مستوى متقدم أكثر،

وهنا يكون دور لغات البرمجة المتخصصة بشكل مباشر للعلوم مثل لغة برمجة بايثون.

كتابة الكود البرمجي لحساب اول مئة حد من المتتالية (كما في الشكل 1.3):

```
print("TABARAK HUSSEIN")
print("first 100 number in fibonacci sequence")
a, b=0,1
for i in range (1,101):
    print(i,  b)
    a,b =b, a+b

```

الشكل 1.3

اول مئة حد من متتالية فيبوناتشي (كما في الشكل 1.4)

```
TABARAK HUSSEIN
first 100 number in fibonacci sequence
1 1
2 1
3 2
4 3
5 5
6 8
7 13
8 21
9 34
10 55
11 89
12 144
13 233
14 377
15 610
16 987
17 1597
18 2584
19 4181
20 6765
21 10946
22 17711
23 28657
24 46368
25 75025
26 121393
27 196418
28 317811
29 514229
30 832040
31 1346269
32 2178309
33 3524578
34 5702887
35 9227465
36 14930352
37 24157817
38 39088169
39 63245986
40 102334155
41 165580141
42 267914296
43 433494437
44 701408733
45 1134903170
46 1836311903
47 2971215073
48 4807526976
49 7778742049
50 12586269025
51 20365011074
52 32951280099
53 53316291173
54 86267571272
55 139583862445
56 225851433717
57 365435296162
58 591286729879
59 956722026041
60 1548008755920
61 2504730781961
62 4052739537881
63 6557470319842
64 10610209857723
65 17167680177565
66 27777890035288
67 44945570212853
68 72723460248141
69 117669030460994
70 190392490709135
71 308061521170129
72 498454011879264
73 806515533049393
74 1304969544928657
75 2111485077978050
76 3416454622906707
77 5527939700884757
78 8944394323791464
79 14472334024676221
80 23416728348467685
81 37889062373143906
82 61305790721611591
83 99194853094755497
84 160500643816367088
85 259695496911122585
86 420196140727489673
87 679891637638612258
88 1100087778366101931
89 1779979416004714189
90 2880067194370816120
91 4660046610375530309
92 7540113804746346429
93 12200160415121876738
94 19740274219868223167
95 31940434634990099905
96 51680708854858323072
97 83621143489848422977
98 135301852344706746049
99 218922995834555169026
100 354224848179261915075
```

الشكل 1.4

(1.4) مميزات اعداد فيبوناتشي

- أي عددين متتابعين من متتالية فيبوناتشي هي اعداد أولية نسبيا، لا تملك عوامل مشتركة مع بعضها البعض **(Garland, 1987,p.67) [5]** مثال الاعداد التالية:

5, 8, 13, 21, 34

5 = 1 * 5

8 = 2 * 2 * 2

13 = 1 * 13

21 = 3 * 7

34 = 2 * 17

- جمع أي عشر اعداد متتابعة من متتالية فيبوناتشي دائما سوف تعطي عدد يقسم على العدد 11 ويكون الناتج هو العدد السابع من الاعداد العشرة التي اخذت **[6] (posamentier & lehmann, 2007, p.33)**

1+1+2+3+5+8+13+21+34+55=143

$$\frac{143}{11} = 13$$

89+144+233+377+610+987+1597+2584+4181+6675=17567

$$\frac{17567}{11} = 1597$$

- ان الحد العام للمتتالية هو F_n فاذا كان n هو عدد غير اولي فيكون الحد n هو عدد غير اولي أيضا

[6] (posamentier & lehmann, 2007, p.35)

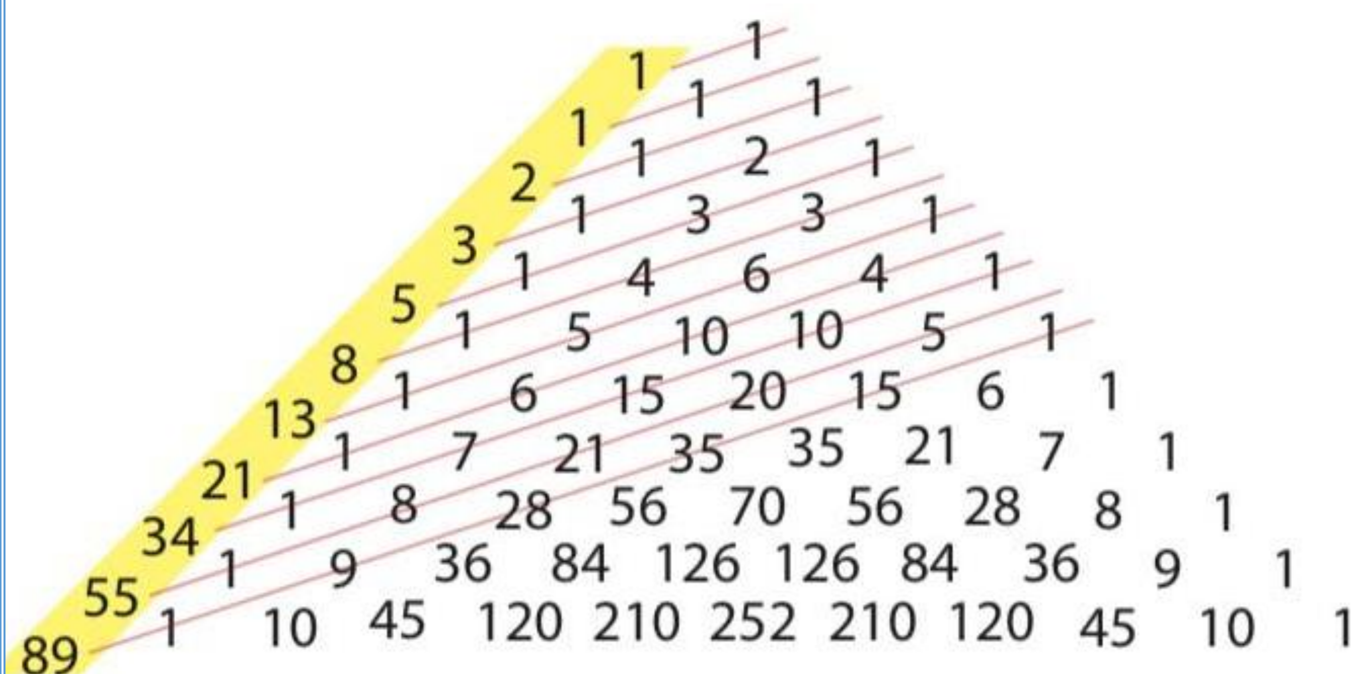
$$F_6 = 8$$

$$F_9 = 34$$

$$F_{16} = 987$$

- ان العلاقة بين مثلث باسكال واعداد فيبوناتشي تتمثل بان الجمع القطري لأعداد مثلث باسكال بالترتيب سوف تعطي حدود متسلسلة فيبوناتشي وبالتسلسل

[8] (Gray B. Meisner, 2018, p.44)



(1.5) النسبة الذهبية

كما هو الحال مع أي مفهوم جديد، يجب علينا أولا أن نبدأ بتحديد العناصر الأساسية،

لتحديد النسبة الذهبية، علينا أولًا أن نفهم أن النسبة هي بين اثنان الأرقام أو المقادير، هي مجرد العلاقة التي يتم الحصول عليها عن طريق القسمة هاتين الكميتين.

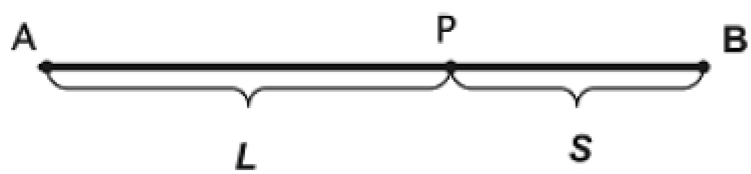
عندما تكون لدينا نسبة 1:3، يمكننا أن نستنتج ان الرقم الأول هو ثلث الاخر. كثيرا ما تستخدم النسب لصنع مقارنات الكميات وهناك نسبة واحدة تبرز بين الباقي، وهي النسبة بين طولي جزأين من قطعة المستقيمة التي تسمح لنا بجعل النسبتين التالية متساوية:

[7] (posamentier & lehmann, 2012, p. 10)

قطعة المستقيم الأطول (L) الى قطعة المستقيم الأقصر (S) والنسبة الأخرى بين قطعة المستقيم كاملة (L+S) الى قطعة المستقيم الأطول (L), تكتب بالرموز كالآتي:

$$\frac{L}{S} = \frac{L+S}{L}$$

وهندسيا تتمثل بالرسم الآتي (كما في الشكل 1.5):



الشكل 1.5

وهذا ما يسمى بالنسبة الذهبية أو القسم الذهبي، تم تقديم النسبة الذهبية لأول مرة خلال القرن التاسع عشر. **(posamentier & lehmann, 2012, p. 10) [7]**

ان من اهم اقسام هذا البحث هو بيان السبب الذي يجعل هذه النسبة رائعة الى الحد الذي يجعلها تستحق لقب "ذهبي" بجدارة، وأول شيء نفعله لتبيين ذلك هو حساب القيمة العددية لها والذي سوف يقودنا الى اول خاصية فريدة لها.

لحساب القيمة العددية للنسبة الذهبية $\frac{L}{S}$ سوف نغير النسبة من $\frac{L+S}{L} = \frac{L}{S}$ الى $\frac{S}{L} + \frac{L}{L} = \frac{L}{S}$

وبالتالي سوف نفرض $x = \frac{L}{S}$ ونكتب النسب بشكلها الجديد $X = 1 + \frac{1}{X}$

وعند ضرب المعادلة ب X سوف تتولد $X^2 - X - 1 = 0$ معادلة من الدرجة الثانية

ولإيجاد قيمة X نستخدم قانون الحد العام:

[7] (posamentier & lehmann, 2012, p. 11)

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$either: x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$or: x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

إذا سوف تكون $x = \frac{L}{S} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ والذي يرمز لها بالرمز الاغريقيphi :∅

$$\emptyset = \frac{L}{S} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx \frac{1+2.2360679774997896964091736687312762354406}{2}$$

$$\approx \frac{3.2360679774997896964091736687312762354406}{2}$$

$$\approx 1.61803398875$$

نلاحظ ماذا يحدث عن قلب النسبة:

$$\frac{1}{\emptyset} = \frac{S}{L} = \frac{2}{1+\sqrt{5}}$$

$$\frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{1-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} = \frac{2(1-\sqrt{5})}{1-5} = \frac{2(1-\sqrt{5})}{-4} = \frac{1-\sqrt{5}}{-2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} - 1 = \emptyset - 1$$

$$\frac{1}{\emptyset} \approx 0.61803398875$$

وعند هذه النقطة سوف نلاحظ علاقة ليست عادية، وهي انه لدينا عددان الأول هو $\emptyset$ والأخر هو $\frac{1}{\emptyset}$ والتي ناتج طرحها هو الواحد وكذلك حاصل ضربها هو الواحد وهذه العلاقة لا توجد في اعداد أخرى.**(posamentier & lehmann, 2012, p. 12)** **[7]**

$$\emptyset \times \frac{1}{\emptyset} = 1 \qquad \text{و} \qquad \emptyset - \frac{1}{\emptyset} = 1$$

(1.5.1) علاقة متتالية فيبوناتشي بالنسبة الذهبية

لنتحقق من قوى $\emptyset$ ، وسوف نقوم بتجزئتها بالنسبة للأجزاء المكونة لها:

$$\phi=\phi$$
$$\phi^2=\phi+1$$
$$\phi^3=\phi\cdot\phi^2=\phi(\phi+1)=\phi^2+\phi=(\phi+1)+\phi=2\phi+1$$
$$\phi^4=\phi^2\cdot\phi^2=(\phi+1)(\phi+1)=\phi^2+2\phi+1=(\phi+1)+2\phi+1=3\phi+2$$
$$\phi^5=\phi^3\cdot\phi^2=(2\phi+1)(\phi+1)=2\phi^2+3\phi+1=2(\phi+1)+3\phi+1=5\phi+3$$
$$\phi^6=\phi^3\cdot\phi^3=(2\phi+1)(2\phi+1)=4\phi^2+4\phi+1=4(\phi+1)+4\phi+1=8\phi+5$$
$$\phi^7=\phi^4\cdot\phi^3=(3\phi+2)(2\phi+1)=6\phi^2+7\phi+2=6(\phi+1)+7\phi+2=13\phi+8$$
$$\phi^8=\phi^4\cdot\phi^4=(3\phi+2)(3\phi+2)=9\phi^2+12\phi+4=9(\phi+1)+12\phi+4=21\phi+13$$
$$\phi^9=\phi^5\cdot\phi^4=(5\phi+3)(3\phi+2)=15\phi^2+19\phi+6=15(\phi+1)+19\phi+6=34\phi+21$$
$$\phi^{10}=\phi^5\cdot\phi^5=(5\phi+3)(5\phi+3)=25\phi^2+30\phi+9=25(\phi+1)+30\phi+9=55\phi+34$$

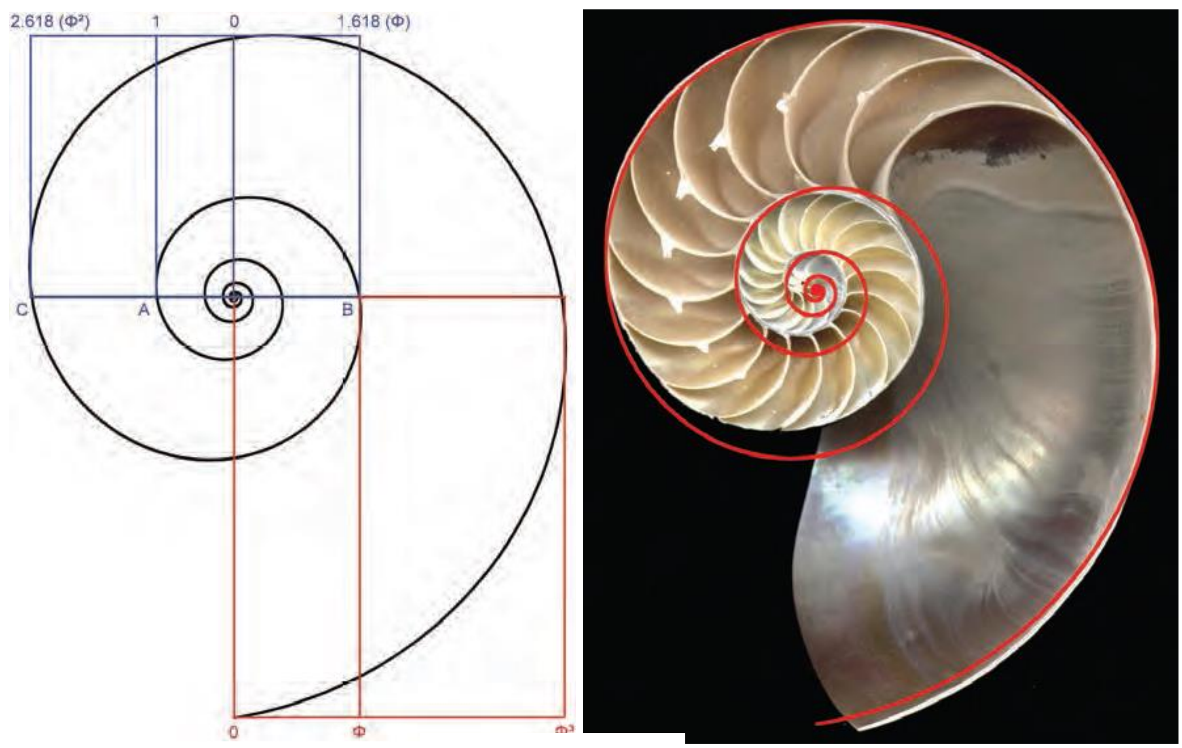
عند هذا الحد سوف نتمكن من رؤية نمط ثابت، كلما نأخذ المزيد من القوى لل $\emptyset$ يكون الناتج هو من مضاعفات ال$\emptyset$ مجموع مع ثابت، وبهذا ممكن حساب قوى $\emptyset$ بالعلاقة العامة:

[7] (posamentier & lehmann, 2012, p. 51-52)

$$\emptyset^{F_n}=F_n\emptyset+F_{n-1}$$

(1.5.2) اللولب الذهبي

كان عالم الرياضيات والفيلسوف الفرنسي رينيه ديكارت (1596–1650) أول من اكتشف وصف ما يسمى الآن بالدوامة اللوغاريتمية. ومع ذلك، كان عالم الرياضيات السويسري جاكوب برنولي (1654–1705) الذي أصبح مفتونًا بدرجة كافية برياضياته الفريدة للإشارة إليها باسم "الدوامة الرائعة". مثل هذه الدوامة كلما زاد حجمه، يبقى شكله كما هو لأنه يتمدد بمعدل ثابت في تقدم هندسي. تُعرف أيضًا باسم الدوامة المتساوية الزوايا أو الأسية، توجد اللوالب الجميلة في جميع أنحاء الطبيعة.(**مقال مقدم من Faster Capital) [2]**



الشكل 1.6

ربما تكون قذائف نوتيلوس هي المثال الأكثر شهرة لدوامات فيبوناتشي في الطبيعة. وتتكون هذه الأصداف من دوامة لوغاريتمية، مما يعني أن المسافة بين كل منحنى للدوامة تزداد بعامل ثابت. تُعد قوقعة نوتيلوس مثالاً مثالياً لكيفية استخدام تسلسل فيبوناتشي لإنشاء نمط حلزوني طبيعي جميل وعملي (كما في الشكل 1.6). **(مقال مقدم من Faster Capital) [2]**

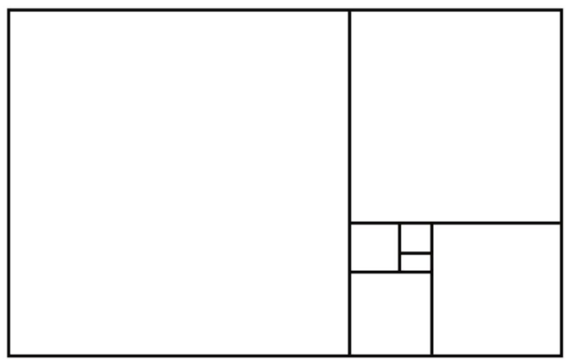
(1.5.3) العلاقة بين النسبة الذهبية ولوالب فيبوناتشي

ترتبط النسبة الذهبية ارتباطاً وثيقاً بلوالب فيبوناتشي. عندما يتم تقسيم المستطيل الذهبي إلى مربع ومستطيل ذهبي أصغر، فإن المستطيل المتبقي هو أيضاً مستطيل ذهبي. يمكن تكرار هذه العملية إلى أجل غير مسمى، مما يؤدي إلى إنشاء دوامة تعتمد على النسبة الذهبية.

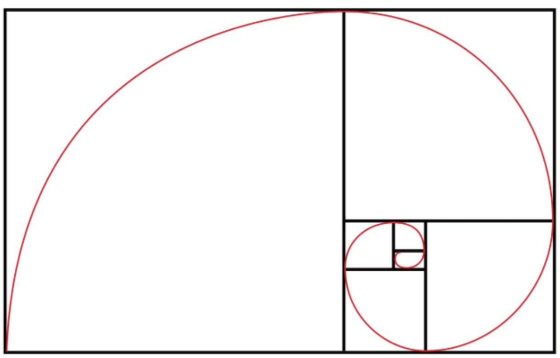
تُعرف هذه الدوامة باسم دوامة فيبوناتشي، ويمكن العثور عليها في مجموعة واسعة من الظواهر الطبيعية،

مثل ترتيب الأوراق على الساق، ونمط البذور في زهرة عباد الشمس، وشكل قوقعة النوتيلوس.

(مقال مقدم من Faster Capital) [2]



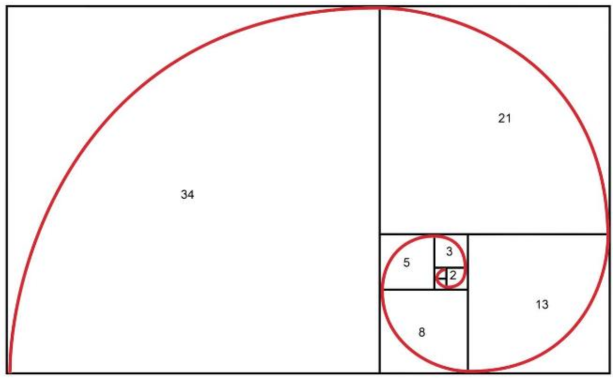
الشكل 1.7



الشكل 1.8

ان شكل الدوامة يبدأ برسم مربعات صغيرة وتكبر تدريجيا بنفس مستويات فيبوناتشي فيكون المربع الصغير طول ضلعه هو 1 والمربع الذي يليه طول ضلعه هو 1 والذي يليه طول ضلعه هو 2 وعلى هذا النمط (كما في الشكل 1.7)، **(Gray B. Meisner, 2018, p.46) [8]**

وبعدها يرسم منحني من الزاوية الأولى الى الزاوية المقابلة له، فتكون الزيادة فيه بمقدار النسبة الذهبية Ø (كما في الشكل 1.8).



الشكل 1.9

ان العلاقة الأكثر اثارة للاهتمام هي ان قسمة كل حد من حدود فيبوناتشي على الحد الذي يسبقه تقترب لتكون مساوية للنسبة الذهبية:**(Gray B. Meisner, 2018, p.43) [8]**

$1/1$	=	1.000000	$34/21$	=	1.619048
$2/1$	=	2.000000	$55/34$	=	1.617647
$3/2$	=	1.500000	$89/55$	=	1.618182
$5/3$	=	1.666667	$144/89$	=	1.617978
$8/5$	=	1.600000	$233/144$	=	1.618056
$13/8$	=	1.625000	$377/233$	=	1.618026
$21/13$	=	1.615385	$610/377$	=	1.618037

(1.5.4) وجود متتالية فيبوناتشي والنسبة الذهبية في الطبيعة

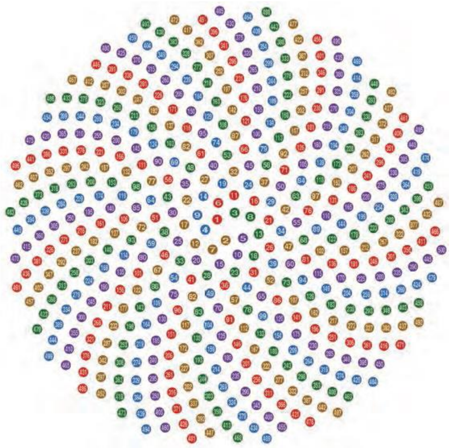
بعد عدة مئات السنين من حياة فيبوناتشي، وفي عصر النهضة. عندما أصبح للناس نظرة تحليلية للعالم الطبيعي المحيط بهم، حيث قاموا بدراسة هياكل واشكال النباتات والحيوانات المختلفة وكذلك البشر أنفسهم، لاحظوا ظهور نمط اعداد فيبوناتشي في جميع انحاء الخلق.

❖ من ملاحظة شكل النباتات الحلزونية، يظهر متتاليتين لأعداد فيبوناتشي في مخروط الصنوبر الواحد وفي الصورة ادناه يمكن ملاحظة وجود لوالب عددها 13 باتجاه عقارب الساعة، ولوالب عددها 8 عكس عقارب الساعة (كما في الشكل 1.10).

[8] (Gray B. Meisner, 2018, p.146)

يساعد هذا النمط كوز الصنوبر على الفتح والإغلاق لتحرير بذوره. ويساعد النمط الحلزوني أيضاً على حماية البذور من الحيوانات المفترسة، مما يضمن حصولها على أفضل فرصة للنمو إلى أشجار جديدة.**(مقال مقدم من Faster Capital) [2]**

الشكل 1.10



الشكل 1.11

❖وينطبق نفس المبدأ على عباد الشمس أو بالأحرى الزهيرات الصغيرة ذات الخمس بتلات في وسطها.

هنا نجد أن ترتيبهم يتكون من خمسة وخمسين لولبا في اتجاه عقارب الساعة وأربعة وثلاثون لولبا عكس اتجاه عقارب الساعة (كما في الشكل 1.11).

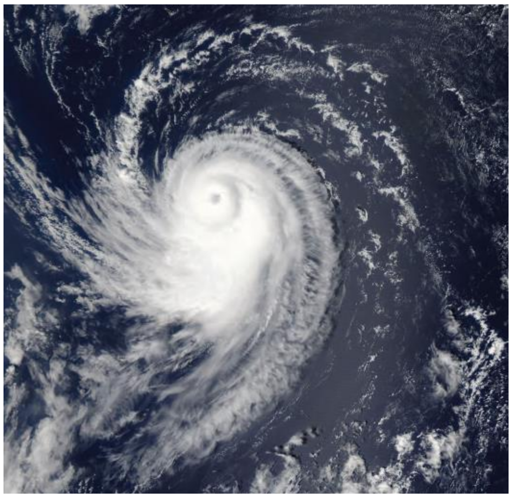
(Gray B. Meisner, 2018, p.146) [8]

يسمح هذا النمط بتعبئة البذور معاً بإحكام، مما يزيد من المساحة المتاحة للنمو. يساعد النمط الحلزوني أيضاً عباد الشمس على التقاط المزيد من ضوء الشمس، وهو أمر ضروري لعملية التمثيل الضوئي. **(مقال مقدم من Faster Capital) [2]**

الشكل 1.12

❖ربما تكون المجرات الحلزونية هي المثال الأكثر روعةً لدوامات فيبوناتشي في الطبيعة. تتبع أذرع المجرة الحلزونية نمطاً حلزونياً لوغاريتمياً، والذي يتم إنشاؤه بواسطة جاذبية نجوم المجرة. ويساعد هذا النمط على خلق بنية مستقرة للمجرة، مما يسمح لها بالاستمرار في الوجود لمليارات السنين (كما في الشكل 1.12).

(مقال مقدم من Faster Capital) [2]



❖ أنماط الأعاصير هي مثال أقل شيوعاً لدوامات فيبوناتشي في الطبيعة. يتبع النمط الحلزوني للإعصار تسلسل فيبوناتشي، حيث تكون عين الإعصار في مركز الشكل الحلزوني. يساعد هذا النمط على خلق دوران ثابت للهواء، وهو أمر ضروري لتكوين الإعصار (كما في الشكل 1.13).

(مقال مقدم من Faster Capital) [2]

الشكل 1.13

(1.5.5) هل النسبة الذهبية تنحصر على متتالية فيبوناتشي فقط؟

للجواب على هذا السؤال يجب أولا معرفة اعداد لوكاس:

أعداد لوكاس أو متسلسلة لوكاس، هي متتالية أعداد صحيحة سميت على اسم عالم الرياضيات إدوارد لوكاس (1842−1891). **(Roger B. Nelsen, 2018, P.115) [9]**

على نمط متتالية فيبوناتشي فان كل حد من اعداد لوكاس هو مجموع الحدين السابقين ولكن الفرق ان الحد الأول لأعداد لوكاس هو 2 والحد الثاني هو 1 واعداد لوكاس هي:

$Ln = 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, \ldots ....$

ان من المهم ذكره هو ان النسبة الذهبية هي من كونت اعداد لوكاس، وذلك باستعمال القيمة العددية لقوى النسبة الذهبية وبالتالي:

$$\emptyset^1 = 1.6180 \approx 2$$

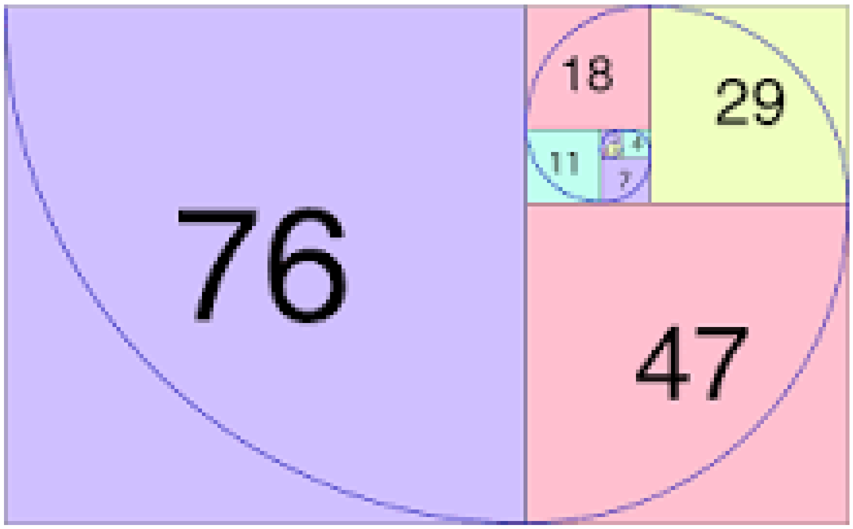
$$\emptyset^0 = 1.0000 \approx 1$$

$$\emptyset^2 = 2.6180 \approx 3$$

$$\emptyset^3 = 4.2361 \approx 4$$

$$\emptyset^4 = 6.8541 \approx 7$$

$$\emptyset^5 = 11.0902 \approx 11$$



الشكل 1.14

لذا فان اعداد لوكاس لها خصائص قد تكون اقرب بالنسبة الى النسبة الذهبية

ان اعداد لوكاس إذا اخذنا أي حد منها وقسمناه على الحد الذي قبله فتدريجيا سوف تعطي قيمة عددية مقاربة الى النسبة الذهبية وبل سوف تكون أسرع بالوصول لها من اعداد فيبوناتشي.

وليس هذا فقط بل لو اخذنا أي عددين عشوائيين ونجمعهم ليتكون الحد الثالث ونستمر على نفس النمط سوف تحقق خواص كثيرة ومنها ان قسمة أي حد على الحد الذي يسبقه سوف تعطي ناتج قريب الى النسبة الذهبية وكلما يكون الاعداد العشوائية التي تؤخذ كبيرة سوف تكون أسرع بالوصول الى النسبة الذهبية حتى من متتالية فيبوناتشي ولوكاس..

ان الجدول التالي يوضح مدى سرعة وصول قسمة الحد الثاني الى الأول الى النسبة الذهبية لكل من متتالية فيبوناتشي واعداد لوكاس واعداد عشوائية وهي 45 و62 (كما في الجدول 1.2):

	فيبوناتشي	F_{n+1}/F_n	لوكاس	L_{n+1}/L_n	عشوائي	n+1/n
1	1		2		45	
2	1	1	1	0.5	62	1.377777778
3	2	2	3	3	107	1.725806452
4	3	1.5	4	1.333333333	169	1.579439252
5	5	1.666666667	7	1.75	276	1.633136095
6	8	1.6	11	1.571428571	445	1.612318841
7	13	1.625	18	1.636363636	721	1.620224719
8	21	1.615384615	29	1.611111111	1166	1.617198336
9	34	1.619047619	47	1.620689655	1887	1.618353345
10	55	1.617647059	76	1.617021277	3053	1.61791203
11	89	1.618181818	123	1.618421053	4940	1.618080576
12	144	1.617977528	199	1.617886179	7993	1.618016194
13	233	1.618055556	322	1.618090452	12933	1.618040786
14	377	1.618025751	521	1.618012422	20926	1.618031393
15	610	1.618037135	843	1.618042226	33859	1.61803498
16	987	1.618032787	1364	1.618030842	54785	1.61803361
17	1597	1.618034448	2207	1.618035191	88644	1.618034133
18	2584	1.618033813	3571	1.61803353	143429	1.618033933
19	4181	1.618034056	5778	1.618034164	232073	1.61803401
20	6765	1.618033963	9349	1.618033922	375502	1.618033981
21	10946	1.618033999	15127	1.618034014	607575	1.618033992
22	17711	1.618033985	24476	1.618033979	983077	1.618033988
23	28657	1.61803399	39603	1.618033992	1590652	1.618033989
24	46368	1.618033988	64079	1.618033987	2573729	1.618033989
25	75025	1.618033989	103682	1.618033989	4164381	1.618033989
26	121393	1.618033989	167761	1.618033989	6738110	1.618033989
27	196418	1.618033989	271443	1.618033989	10902491	1.618033989
28	317811	1.618033989	439204	1.618033989	17640601	1.618033989
29	514229	1.618033989	710647	1.618033989	28543092	1.618033989
30	832040	1.618033989	1149851	1.618033989	46183693	1.618033989
31	1346269	1.618033989	1860498	1.618033989	74726785	1.618033989
32	2178309	1.618033989	3010349	1.618033989	120910478	1.618033989
33	3524578	1.618033989	4870847	1.618033989	195637263	1.618033989
34	5702887	1.618033989	7881196	1.618033989	316547741	1.618033989
35	9227465	1.618033989	12752043	1.618033989	512185004	1.618033989
36	14930352	1.618033989	20633239	1.618033989	828732745	1.618033989
37	24157817	1.618033989	33385282	1.618033989	1340917749	1.618033989
38	39088169	1.618033989	54018521	1.618033989	2169650494	1.618033989
39	63245986	1.618033989	87403803	1.618033989	3510568243	1.618033989
40	102334155	1.618033989	141422324	1.618033989	5680218737	1.618033989
41	165580141	1.618033989	228826127	1.618033989	9190786980	1.618033989
42	267914296	1.618033989	370248451	1.618033989	14871005717	1.618033989
43	433494437	1.618033989	599074578	1.618033989	24061792697	1.618033989
44	701408733	1.618033989	969323029	1.618033989	38932798414	1.618033989
45	1134903170	1.618033989	1568397607	1.618033989	62994591111	1.618033989

الجدول 1.2

الفصل الثاني: التشفير بواسطة متتالية فيبوناتشي

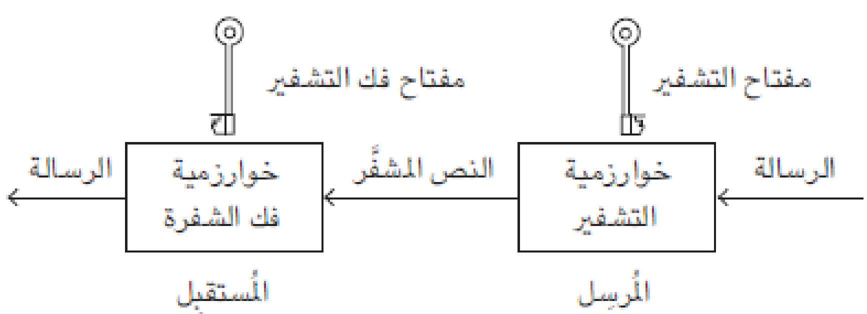
مقدمة:

ان التشفير ببساطة هو إخفاء المعلومات السرية بطريقة يصبح من خلالها معناها غيرَ مفهوم بالنسبة إلى أي شخص غير مصرَّح له بالاطلاع عليها. يتمثل الاستخدامان الأكثر شيوعًا للتشفير في تخزين البيانات بأمان في ملف كمبيوتر أو نقْلها عبر قناةٍ غير آمنة مثل الإنترنت.

في كلتا الحالتين، حقيقةُ كون المستند مشفرًا لا تمنع الأشخاص غير المصرَّح لهم بالوصول إليه، ولكنها تضمن عدم تمكُّنهم من فهم ما يرونه.

غالبًا ما يطلَق على المعلومات المُراد إخفاؤها اسمُ (النص الأصلي)، ويطلق على عملية اخفائها اسم (التشفير). ويطلق على النص الأصلي المشفر اسم (النص المشفر)، كما يطلق على مجموعة القواعد المستخدمة في التشفير (خوارزمية التشفير).

عادة تعتمد هذه الخوارزمية على (مفتاح التشفير) وهو يمثل مدخلا لها وللرسالة. وحتى يتمكن المتلقي من استرجاع الرسالة من خلال النص المشفر، يجب ان تتوفر (خوارزمية فك التشفير) التي عند استخدامها مع (مفتاح فك التشفير) المناسب، تسترجع النص الأصلي من النص المشفر (كما في الشكل 2.1). **(علم التشفير، 2016، ص15-16) [3]**



الشكل 2.1

(2.1) التشفير بواسطة متتالية فيبوناتشي

صنع خوارزمية للتشفير تعتمد على فكرة واعداد فيبوناتشي تتطلب ان يكون المرسل والمستقبل المطلوب على معرفة مسبقة بمثل هذه المتتالية والتعديلات التي ممكن ان تطرأ عليها.

ان التشفير بواسطة متتالية فيبوناتشي هو تشفير متناظر أي ان مفتاح التشفير ومفتاح فك التشفير هو ذاته، لنتمكن من صنع أي شفرة جديدة يجب ان تكون خاضعة لنظام أي خوارزمية لكي تكون لدينا شفرة جيدة، ويجب ان يكون النظام دقيق ومحكم لكي يجعل عملية اعتراض التشفير صعبة، وتكون سلسة وسريعة بالنسبة للطرف المستقبل (المطلوب إيصال النص له) وذلك لان بعض عمليات التشفير يجب ان تكون سريعة في إيصال الرسالة لأهمية المعلومات بها.

(2.2) خوارزمية التشفير بواسطة متتالية فيبوناتشي

كما سبق الذكر ان أي حد من متتالية فيبوناتشي هو مجموع الحدين السابقين، سوف نقوم بتوزيع الحروف الإنكليزية على ارقام فيبوناتشي وبالترتيب مع ترك اول حدين من متتالية فيبوناتشي الصفر والواحد لمنع تكرار الاحرف سوف يكون الترتيب كالتالي (كما في الجدول 2.1):

1	a	1	14	n	610
2	b	2	15	o	987
3	c	3	16	p	1597
4	d	5	17	q	2584
5	e	8	18	r	4181
6	f	13	19	s	6765
7	g	21	20	t	10946
8	h	34	21	u	17711
9	i	55	22	v	28657
10	j	89	23	w	46368
11	k	144	24	x	75025
12	l	233	25	y	121393
13	m	377	26	z	196418

الجدول 2.1

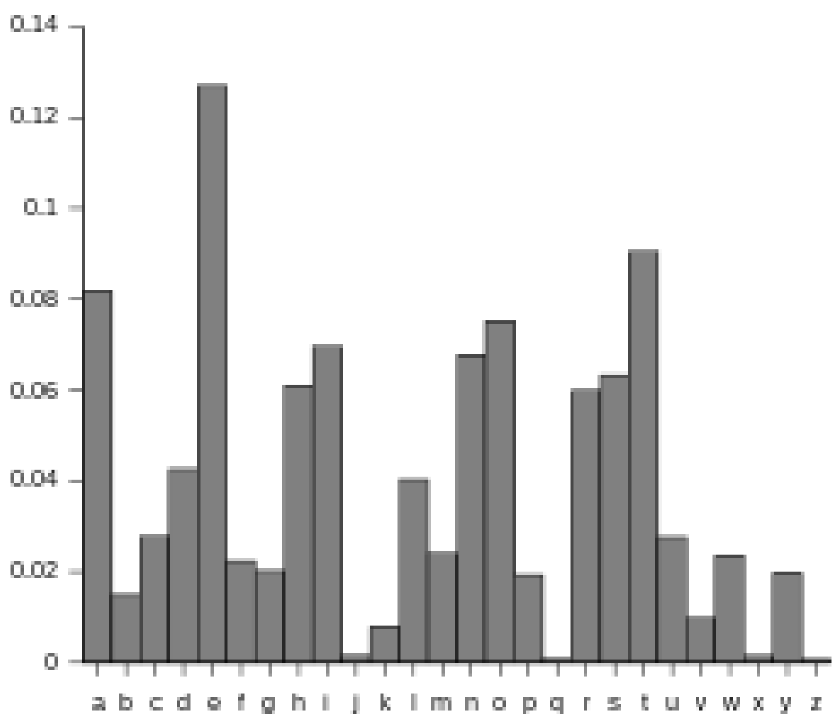
مثلا لتشفير كلمة Fibonacci سوف نقوم باستبدال الحرف F بالرقم 13 والحرف i بالرقم 55 وبالتالي سوف يكون لدينا:

النص الأصلي	i	c	c	a	n	o	b	i	f
النص المشفر	55	3	3	1	610	987	2	55	13

في علم تحليل الشفرات او تحليل التكرار او تواتر الاحرف هو دراسة تكرار الاحرف او الأرقام في النص المشفر ومقارنتها مع إحصائية تكرار الاحرف لمحاولة فك التشفير،

(علم التشفير، 2016، ص36) [3]

ان الحروف الأكثر تكرار في اللغة الإنكليزية هو الحرف e ومن بعده الحرف t وبعده الحرف a وحسب الإحصائية التالية (كما في الشكل 2.2):



الشكل 2.2

لذا سوف نقوم بمحاولة لتفادي تحليل الأرقام حسب التكرار بجعل عدد ثابت في الشفرة مثلا ليكن الرقم 129 وليدل على فراغ بين الكلمات وان الفراغ بين الكلمات هو بالطبع يكون اعلى من تكرار عدد الاحرف او مقارب لها في الجمل.

مثل الشفرة التالية:

3	**987**	**233**	**233**	**8**	**21**	**8**	**129**	**987**	**13**	**129**	**8**	**5**	**17711**
3	**1**	**10946**	**55**	**987**	**610**	**129**	**13**	**987**	**4181**	**129**	**1597**	**17711**	**4181**
8	**129**	**6765**	**3**	**55**	**8**	**610**	**3**	**8**	**6765**				

لفك هذه الشفرة نلاحظ تكرار العدد 129 بشكل كبير لذا سوف يكون هو الفراغ بين الكلمات وبعدها نقوم باستبدال كل حرف بما يقابله سوف ينتج لدينا:

3	**987**	**233**	**233**	**8**	**21**	**8**	**129**	**987**	**13**	**129**	**8**	**5**	**17711**
c	**o**	**l**	**l**	**e**	**g**	**e**		**o**	**f**		**e**	**d**	**u**
3	**1**	**10946**	**55**	**987**	**610**	**129**	**13**	**987**	**4181**	**129**	**1597**	**17711**	**4181**
c	**a**	**t**	**i**	**o**	**n**		**f**	**o**	**r**		**p**	**u**	**r**
8	**129**	**6765**	**3**	**55**	**8**	**610**	**3**	**8**	**6765**				
e		**s**	**c**	**i**	**e**	**n**	**c**	**e**	**s**				

بما معناه ان النص الأصلي هو "**college of education for pure sciences**"

لكي نجعل عملية فك الشفرة من المعترض أصعب سوف نستخدم مفهوم ال mod على حدود متتالية فيبوناتشي للتخلص من تكرار الاحرف في الكلمة الواحدة او الجملة، وبما انه يوجد 26 حرف في الإنكليزية سوف نستخدم mod(26) .

وبالتالي ان الحد الأول لمتتالية فيبوناتشي يدل على الحرف ِ a وسوف يكون الحد ال 27 لمتتالية فيبوناتشي أيضا يدل على الحرف a، وبالتالي سوف تكون الحدود كالتالي

(كما في الجدول 2.2):

1	a	1
2	b	2
3	c	3
4	d	5
5	e	8
6	f	13
7	g	21
8	h	34
9	i	55
10	j	89
11	k	144
12	l	233
13	m	377

27	1	a	317811
28	2	b	514229
29	3	c	832040
30	4	d	1346269
31	5	e	2178309
32	6	f	3524578
33	7	g	5702887
34	8	h	9227465
35	9	i	14930352
36	10	j	24157817
37	11	k	39088169
38	12	l	63245986
39	13	m	102334155

14	n	610
15	o	987
16	p	1597
17	q	2584
18	r	4181
19	s	6765
20	t	10946
21	u	17711
22	v	28657
23	w	46368
24	x	75025
25	y	121393
26	z	196418

40	14	n	165580141
41	15	o	267914296
42	16	p	433494437
43	17	q	701408733
44	18	r	1134903170
45	19	s	1836311903
46	20	t	2971215073
47	21	u	4807526976
48	22	v	7778742049
49	23	w	12586269025
50	24	x	20365011074
51	25	y	32951280099
52	26	z	53316291173

الجدول 2.2

ان تشفير كلمة Fibonacci في هذه الحالة سوف يختلف ويكون:

النص الأصلي	i	c	c	a	n	o	b	i	f
النص المشفر	14930352	832040	3	1	610	987	2	55	13

ان الحرف i الأول يكتب 55 أي الحد ال 9

والحرف i الثاني يكتب 14930352 أي الحد ال 35

(2.3) التشفير بأشباه متتالية فيبوناتشي

بما ان متتالية فيبوناتشي واعدادها معروفة على مستوى واسع فمن الطبيعي ان تكون فك شفرتها أسهل مما إذا تم التعديل والتغيير عليها، لذا سوف نقوم بمحاولة لتغيير شكلها مع بقاء فكرتها.

ان اعداد لوكاس أيضا سوف تولد شفرة تعتمد على نفس فكرة شفرة متتالية فيبوناتشي وهنا سوف يصبح الحرف a يقابل الحد الأول من اعداد لوكاس وهو 2 والحرف b يقابل الحد الثاني من أعداد لوكاس وهو 1 وهكذا تكون باقي الاحرف (كما في الجدول 2.3).

1	a	2
2	b	1
3	c	3
4	d	4
5	e	7
6	f	11
7	g	18
8	h	29
9	i	47
10	j	76
11	k	123
12	l	199
13	m	322
14	n	521
15	o	843
16	p	1364
17	q	2207
18	r	3571
19	s	5778
20	t	9349
21	u	15127
22	v	24476
23	w	39603
24	x	64079
25	y	103682
26	z	167761

الجدول 2.3

ان تشفير كلمة Fibonacci في هذه الحالة سوف يختلف ويكون:

النص الأصلي	i	c	c	a	n	o	b	i	f
النص المشفر	47	2	3	2	521	843	1	47	11

ان من المعروف عن متتالية فيبوناتشي هو جمع الحدين لينتج الحد الثالث، لذا سوف نقوم بتغيير ذلك بجمع ثلاث حدود لينتج الحد الرابع وبالتالي سوف تكون بالشكل الاتي (كما في الجدول 2.4):

1	a	1	14	n	2632
2	b	2	15	o	4841
3	c	3	16	p	8904
4	d	6	17	q	16377
5	e	11	18	r	30122
6	f	20	19	s	55403
7	g	37	20	t	101902
8	h	68	21	u	187427
9	i	125	22	v	344732
10	j	230	23	w	634061
11	k	423	24	x	1166220
12	l	778	25	y	2145013
13	m	1431	26	z	3945294

الجدول 2.4

ان تشفير كلمة Fibonacci في هذه الحالة سوف يختلف ويكون:

النص الأصلي	i	c	c	a	n	o	b	i	f
النص المشفر	125	3	3	1	2632	4841	2	125	20

من الملاحظ في هذه المتتاليات وجود اعداد صغيرة وبالتالي سوف يكون من السهل ملاحظة العلاقة فيما بينها لذا ممكن ان نبدأ الحد الأول والحد الثاني بأعداد عشوائية ويفضل ان تكون اعداد كبيرة لمفادادة ان تتم ملاحظتها من قبل المعترض،

ليكن الحد الأول هو 1487 أي الحرف a

وليكن الحد الثاني هو 1548 أي الحرف b

وتكون باقي الاعداد حسب الجدول التالي (كما في الجدول 2.5):

1	a	1487	14	n	574812
2	b	1548	15	o	930067
3	c	3035	16	p	1504879
4	d	4583	17	q	2434946
5	e	7618	18	r	3939825
6	f	12201	19	s	6374771
7	g	19819	20	t	10314596
8	h	32020	21	u	16689367
9	i	51839	22	v	27003963
10	j	83859	23	w	43693330
11	k	135698	24	x	70697293
12	l	219557	25	y	114390623
13	m	355255	26	z	185087916

الجدول 2.5

ان تشفير كلمة Fibonacci في هذه الحالة سوف يختلف ويكون:

النص الأصلي	i	c	c	a	n	o	b	i	f
النص المشفر	51839	3035	3035	1487	574812	930067	1548	51839	12201

(2.4) فك شفرات متتالية فيبوناتشي واشباهها

طريقة فك تشفير مثل هذه الشفرات هو بملاحظة أصغر الاعداد بها وإيجاد العلاقة فيما بينها مع استبعاد الاعداد التي ممكن ان توضع لتشويش عملية فك التشفير ويمكن معرفه هذا الاعداد عند التعمق في ارقام متتالية فيبوناتشي او لوكاس او فيبوناتشي الثلاثية

مثال:

10085	**26403**	**6233**	**561**	**62**	**16**	**69124**	**1548**	**6233**
75	**1548**	**69124**	**15**	**18**	**15**	**26403**	**15**	**910**
1548	**212**	**111845**	**561**	**561**	**62**	**349**	**3852**	**1548**

لفك هذه الشفرة نلاحظ الأرقام الأصغر وهي: 15 و 16 و 18 و 62

عند النظر لهذه الأرقام نلاحظ عدم وجود علاقة فيما بينها ولكن عند جمع الاعداد

15+16+18 سوف ينتج العدد 49 وعند طرحه من العدد 62 سوف يكون لدينا العدد 13

لذا فان العلاقة هي جمع اربع اعداد ليتكون الحد الخامس لذا من المؤكد ان العدد 62 يدل على الحرف e.

وان الاعداد 13 و 15 و 16 و 18 تدل على الاحرف a, b, c, d ولكن لا نعرف ما هو ترتيبها فمن الممكن ان تكون ليست على الترتيب، لذا سوف نقوم بتطبيق الاحرف من الحرف e وما بعده على النص المشفر أولا ومن بعده مقارنة الأرقام بالكلمات.

ان الجدول بدون الاحرف الأولى سوف يكون (كما في الجدول 2.6):

1	a		14	n	3852
2	b		15	o	6233
3	c		16	p	10085
4	d		17	q	16318
5	e	62	18	r	26403
6	f	75	19	s	42721
7	g	137	20	t	69124
8	h	212	21	u	111845
9	i	349	22	v	180969
10	j	561	23	w	292814
11	k	910	24	x	473783
12	l	1471	25	y	766597
13	m	2381	26	z	1240380

الجدول 2.6

لذا عند مطابقة كل حرف من هذه الاحرف في نص الشفرة سوف يكون كالتالي:

من الملاحظ تكرار الرقم 1548 وهو لا ينتمي الى المتتالية الرباعية لذا سوف يكون هو الفراغ، والان بمقارنة الاحرف الأولى a, b, c, d نلاحظ بان، العدد 16 هو الحرف c والعدد 15 هو الحرف a والعدد 18 هو الحرف b والعدد 13 هو الحرف d.

10085	**26403**	**6233**	**561**	**62**	**16**	**69124**	**1548**	**6233**
p	**r**	**o**	**j**	**e**		**t**		**o**
75	**1548**	**69124**	**15**	**18**	**15**	**26403**	**15**	**910**
f		**t**				**r**		**k**
1548	**212**	**111845**	**561**	**561**	**62**	**349**	**3852**	**1548**
	h	**u**	**s**	**s**	**e**	**i**	**n**	

أي ستكون بالشكل التالي:

p	**r**	**o**	**j**	**e**	**c**	**t**		**o**
10085	**26403**	**6233**	**561**	**62**	**16**	**69124**	**1548**	**6233**
f		**t**	**a**	**b**	**a**	**r**	**a**	**k**
75	**1548**	**69124**	**15**	**18**	**15**	**26403**	**15**	**910**
	h	**u**	**s**	**s**	**e**	**i**	**n**	
1548	**212**	**111845**	**561**	**561**	**62**	**349**	**3852**	**1548**

الرسالة بعد فك التشفير هي "**project of tabarak hussein**"

وان جدول الاحرف هو (كما في الجدول 2.7):

1	a	15	14	n	3852
2	b	18	15	o	6233
3	c	16	16	p	10085
4	d	13	17	q	16318
5	e	62	18	r	26403
6	f	75	19	s	42721
7	g	137	20	t	69124
8	h	212	21	u	111845
9	i	349	22	v	180969
10	j	561	23	w	292814
11	k	910	24	x	473783
12	l	1471	25	y	766597
13	m	2381	26	z	1240380

الجدول 2.7

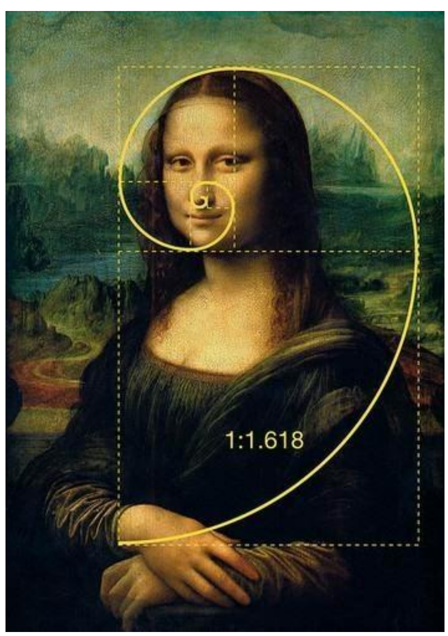
الاستنتاجات

ان فائدة مشروع التخرج هذا هو اظهار مدى ترابط علم الرياضيات بشكل عام ومتتالية فيبوناتشي بشكل خاص بالكون حولنا وكذلك بأنفسنا، وعلى الرغم بان الاكتشاف الذي وصل اليه ليوناردو بيسانو لم يحظى باي اعتراف خلال حياته، وانه أصبح موضوع مثير للاهتمام بعد مرور مئات السنين، لامتلاك هذه السلسلة على خصائص مثيرة لاهتمام.

مع وجود الكثير من النظريات التي تحاول تفسير الرابط بين الطبيعة البديعة بتعقيدها والنسبة الذهبية العجيبة؛ إلا أنها مازالت تُثير بعض الأسئلة المُحيّرة، فهل تعرف النباتات الرياضيات؟ بالطبع لا، إلا أنها استطاعت بطريقة ما أن تصنع آلية معيّنة تتبع سحر متتالية فيبوناتشي.

ان فائدة هذا البحث هي اظهار مدى تداخل متتالية فيبوناتشي مع الطبيعة والفضاء والانسان،

وكذلك فيه محاولة لأنشاء شفرة جديدة وعلى الرغم من وجود شفرات أخرى لمتتالية فيبوناتشي وهي ربما تكون أفضل الى ان هذه المحاولة هي لتوضيح ان مواضيع الرياضيات وان كانت قديمة او بسيطة الا انها تبقى متجددة ومستمرة معنا.



"تعلم كيف ترى، وأدرك أن كل شيء متصل ببعضه البعض إلى كل شيء آخر".

ليوناردو دافنشي

المصادر

اولاً: المصادر العربية:

1. Knott، Ron. "Fibonacci's Rabbits". جامعة سري كلية الهندسة والعلوم الفيزيائية. مؤرشف من الأصل في 2019-03-07.

2. https://fastercapital.com/content/Fibonacci-Extensions-in-Fibonacci-Spirals--Unraveling-Nature-s-Patterns.html

3. فريد بايبر وشون ميرفي: علم التشفير: ترجمة محمد سعد طنطاوي، مؤسسة هنداوي، (2016).

ثانياً: المصادر الأجنبية:

4) Devlin, K. The man of numbers: Fibonacci’s arithmetic revolution. New York, NY: Walker. (2011).
5) Garland, T. H. Fascinating Fibonaccis: Mystery and magic in numbers. Palo Alto, CA: Dale Seymour. (1987).
6) Posamentier, A. S., & Lehmann, I. The fabulous Fibonacci numbers. Amherst, NY: Prometheus Books. (2007).
7) Posamentier, A. S., & Lehmann, I. The glorious golden ratio. Amherst, NY: Prometheus Books. (2012).
8) Gray B. Meisner: The Golden Ratio: The divine beauty of mathematics, New York, NY: Race Point (2018).
9) Roger B. Nelsen: Nuggets of Number Theory: A Visual Approach, Rhode Island, MAA PRESS. (2018)