Geometric Representation of a Complex Number التمثيل الهندسي للعدد المعقد

 # كل عدد معقد $z = x + yi$ يقابل نقطة احداثياتها (x, y)

 # كل نقطة في المستوي الاحداثي (x , y) تقابل عددا معقدا $z = x + yi$

Ex.1. The number $2 + 3i$ corresponds the point (2, 3)

 # كل عدد معقد يمكن تمثيله بمتجه بدايته نقطة الأصل ونهايته النقطة التي تقابل ذلك العدد

 # وكذلك الاعداد المعقدة تقابل نقاط واقعة على محيط دائرة مركزها نقطة ونصف قطرها r

وتحقق المعادلة

$$|z| = r \quad \Longrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = r$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

حيث r عدد حقيقي موجب

Ex.2. **Sketch** $|z - z_0| = r$

Let $z = x + iy$ **and** $z_0 = x_0 + iy_0$

$$|(x + iy) - (x_0 + iy_0)| = r$$

$$|(x - x_0) + (y - y_0)i| = r$$

بالتربيع

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

<u>توضيح.</u> المثال أعلاه يعني دائرة مركزها النقطة

$$z_0 = (x_0 + y_0)$$

Ex.3. $|z| = 2$

Let $z = x + iy$ **and** $|x + iy| = 2$

$x^2 + y^2 = 4$

دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 2

Ex.4. $|z - 2| = 5$

Let $z = x + iy$ **and** $|x + iy - 2| = 5$

$|(x - 2) + iy| = 5 \implies (x - 2)^2 + y^2 = 25$

Circle with center (2, 0) and radius 5

Ex.5. $|z - (i + 1)| = 2$

Let $z = x + iy$

$|x + yi - (i + 1)| = 2 \implies |(x - 1) + (y - 1)i| = 2$

$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$

دائرة مركزها النقطة (1.1) ونصف قطرها 2

Ex.6. $|z-3i|=2 \Rightarrow r=2 \quad \& \quad z_0=3.$

Let $z=x+iy$

$|x+yi-3i|=2 \Rightarrow |x+(y-3)i|=2$

$x^2+(y-3)^2=4$

Ex.7. $Im(z)<1 \quad \rightarrow y<1$

Ex.8. $\big(Im(z)\big)^2 \leq Re(z) \Rightarrow y^2 \leq x \ \Rightarrow y=\sqrt{x}$

Ex.9. $Re(2z+i-1)>1$

Sol. let $z=x+yi$

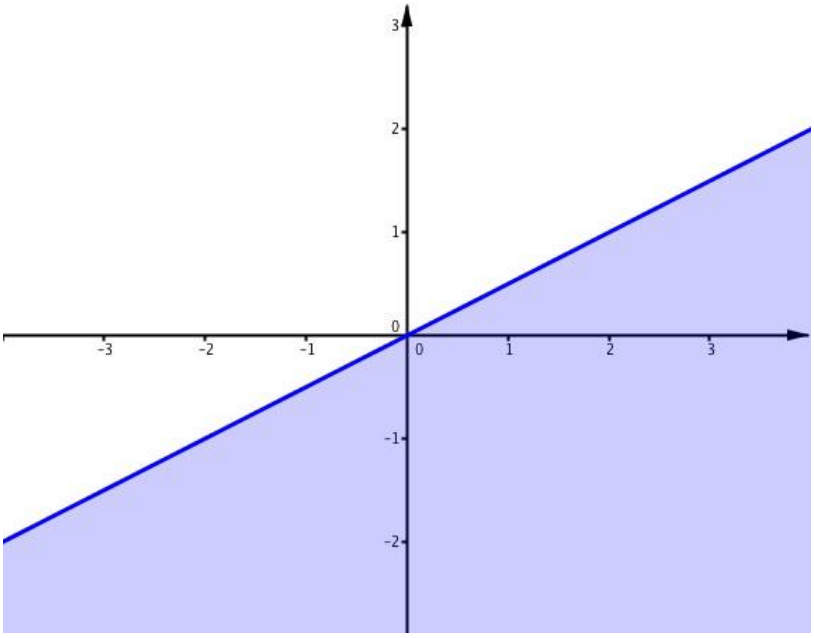
$Re(2(x+yi)+i-1)>1 \Rightarrow 2x-1>1 \Rightarrow x>1$

Ex.10. $|z-3|>2$

Sol. let $z=x+yi$

Ex.11. $Rez \geq 2Imz$

Sol. $z=x+iy$
$x \geq 2y$



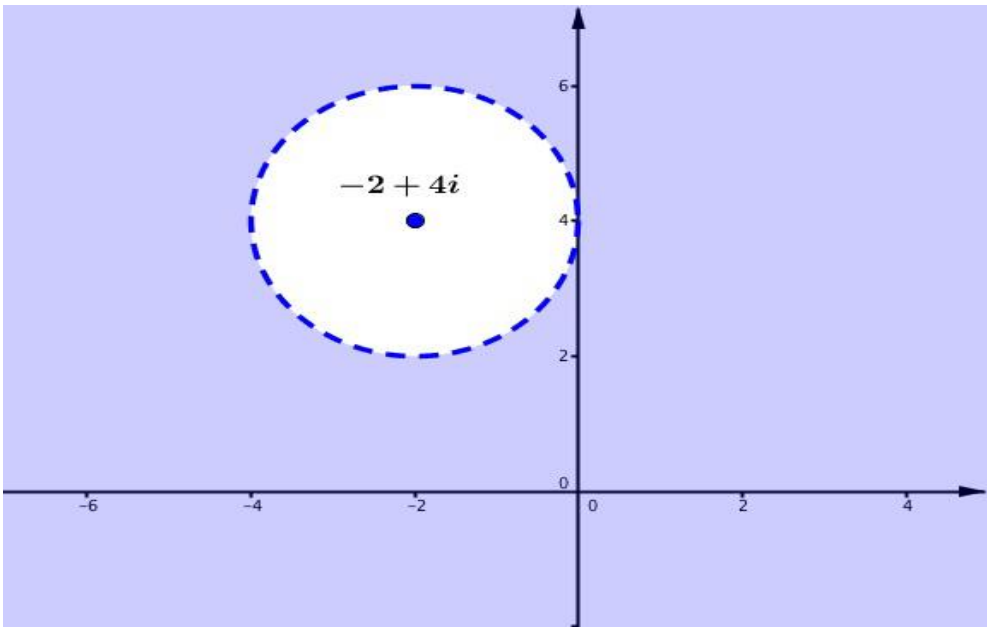
Ex.13. $|z - 4i + 2| > 2$

Sol. let $z = x + yi$

$|x + iy - 4i + 2| > 2$

$|(x + 2) + (y - 4)i| > 2$

$$(x + 2)^2 + (y - 4)^2 > 4$$



Ex.14. $Im(z) = -1$;
is the horizontal line passing through the point $-i$

Ex.15 Sketch (Draw): $Im\left(\frac{1}{z}\right) > 1$

Sol. Let $z = x + yi$

$$\Rightarrow Im\left(\left(\frac{1}{x+yi}\right)\times\left(\frac{x-yi}{x-iy}\right)\right) > 1$$

$$= Im\left(\left(\frac{x}{x^2+y^2}\right) - \left(\frac{yi}{x^2+y^2}\right)\right) > 1$$

$$= \left(\frac{-y}{x^2+y^2}\right) > 1 \quad \Rightarrow \quad -y > x^2+y^2 \quad \Rightarrow 0 > x^2+y^2+y+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} > x^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\frac{1}{4} > (x-0)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\therefore (0, -\frac{1}{2})$$

$$(x-0)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 < \frac{1}{4}$$

Ex.16. Sketch (Draw): $|z-1| = |z+i|$

Sol.

$$|(x-1)+iy| = |x+(y+1)i| \qquad \Rightarrow (x-1)^2+y^2 = x^2+(y+1)^2$$

$$x^2-2x+1+y^2 = x^2+y^2+2y+1$$

$$-2x = 2y \quad \Rightarrow \quad y = -x \qquad \text{Or} \qquad y+x=0$$