تشتت الموجات (سرعة المجموعة والطور)

السرع في الحركة الموجية

مصادر الصوت تكون عادة كبيرة جدا بالمقارنة مع الأبعاد الفاصلة بين الجزيئات تحت الشروط الجوية الاعتيادية وان هذه الجزيئات المنفردة التي يتألف منها الوسط لا تنتقل مع الموجة بل تهتز موضعيا حول نقاط توازنها وعلى هذا الأساس يمكن اعتبار الجزيئات عبارة عن مهتزات تهتز بحركات توافقية بسيطة اهتزازا طوليا حول موضع توزانها. وطبيعي إن جميع هذه المهتزات لا تهتز بنفس الطور بل بأطوار مختلفة تتغير دوريا .واختلاف طور حركة هذه المهتزات هو الذي نلاحظه كموجات . وهناك ثلاث سرع في الحركة الموجية وترتبط مع بعضها بعلاقات رياضية , وهي :

1- سرعة الجسيم

وهي السرعة التوافقية البسيطة للجسيم حول موضع توازنه وهي مقدار متغير , فهي تكون في غايتها العظمى في لحظة مرور الجسيم في موضع توازنه وتكون صفرا عندما يكون في أقصى إزاحة عن موضع التوازن .

$$\zeta = \text{asin}(wt - kx) \quad , \quad w = kC \quad , \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\zeta = asin\frac{2\pi}{\lambda}(ct - x)$$

C هي سرعة الموجة

$$u = \frac{d\zeta}{dt} = \frac{2\pi ac}{\lambda}\ cos\frac{2\pi}{\lambda}\ (ct - x)$$

هذه المعادلة توضح العلاقة بين سرعة الجسيم المهتز u وسرعة الموجة c .

أي إن سرعة الجسيم u هي السرعة التي يزودها المصدر الصوتي المهتز لجسيمات الوسط وتتوقف على سعة الاهتزاز واتجاهه وتختفي متى ما توقف السطح المهتز عن الاهتزاز وهذه السرعة تختلف عن السرع الجزيئية العشوائية المرتبطة بالحركة المستمرة لجسيمات الوسط .

2- سرعة الطور

هي سرعة تقدم طور معين للموجة المفردة وهي مقدار ثابت في الوسط الواحد وتساوي حاصل ضرب التردد في الطول الموجي .

$$V_{ph} = \frac{w}{k} \quad = \lambda f$$

وهذا المقدار الثابت يسمى سرعة الموجة ويعتمد على الثوابت الفيزياوية للوسط . وهي نفسها سرعة تقدم الطاقة التي تحملها الموجة. يمكن كتابة دالة من أي شكل من موجة منتقلة في اتجاه x بتعويض x-ut بدلا عن x , فلو

كان $f(x) = x^2$ فان : $f(x-ut) = (x-ut)^2$

وبما إن الموجة المنتقلة في اتجاه x بزمن t تكون دالة ل x,t .

لو تتبعنا حركة نقطة p في جزء معين من الموجة (شكل 4) بافتراض إن شكل الموجة لا يتغير فان هذا يعني إن الاحداثي السيني للنقطة p يجب أن يتغير مع الزمن .أي أن حركة أي طور للموجة يجب أن يكون له :

x-ut=constant

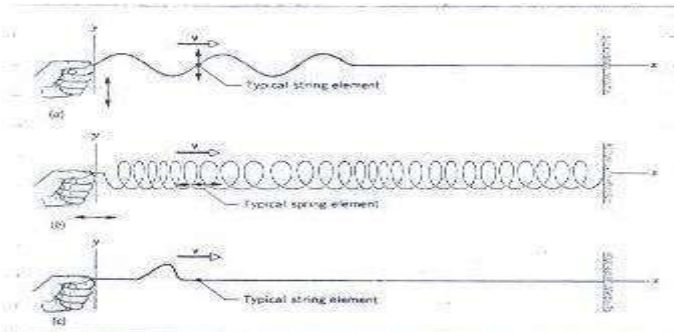


Figure 1 (a) Sending a transverse wave along a string. Each element of the string vibrates at right angles to the direction of propagation of the wave. (b) Sending a longitudinal wave along a spring. Each element of the spring vibrates parallel to the direction of propagation of the wave. (c) Sending a single transverse pulse along a string.

وللتحقق من المعادلة الأخيرة تصف حركة الطور الموجي بالتفاضل بالنسبة للزمن

$$\frac{dx}{dt} - u = 0 \Rightarrow \frac{dx}{dt} = u$$

السرعة $\frac{dx}{dt}$ تصف حركة الطور لموجة وسميت بسرعة الطور phase velocity

3- سرعة المجموعة

في حالة التعامل مع عدد أو مجموعة من الموجات ذات الأطوال الموجية المختلفة في وسط مشتت فانه ينبغي التعامل مع السلوك الجماعي لجميع الموجات في آن واحد وعدم التعامل مع كل موجة على انفراد خاصة إذا كانت المجموعة تتحرك في وسط مفرق ويعبر عنها ب

$Vg = \partial w/\partial k$

نلاحظ سرعة المجموعة هي تفاضل التردد الزاوي بالنسبة للعدد الموجي وهي بالطبع تختلف عن سرعة الطور .

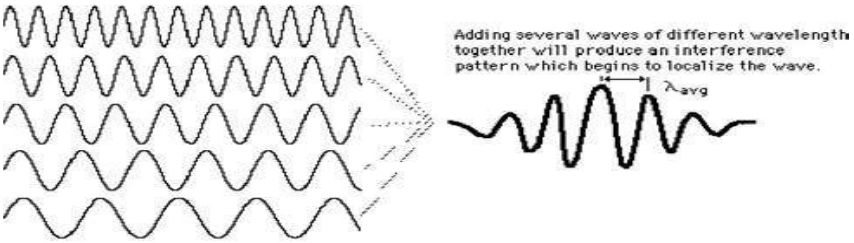
$$V_p = \frac{w}{k} \Rightarrow w = v_p k$$

$$dw = v_p . dk + k . dv_p$$

$$v_g = \frac{dw}{dk} = \frac{v_p . dk + k . dv_p}{dk} = v_p + k \frac{dv_p}{dk}$$

هذه المعادلة تتحقق شرط أن لا تكون سرعة الطور اكبر من سرعة المجموعة وبالتالي ليست اكبر من سرعة الضوء .

حزمة الموجة



تكون الرزمة من تداخل مجموعة من الموجات البسيطة بأطوال موجة مختلفة او هو تصور أن تصاحب كل جسيم حزمة موجية تصف حركته كما في الشكل . وقد أدت ظاهرة ازدواجية موجة-جسيم إلى ذلك التصور في الفيزياء. ويمكن للحزمة الموجية أن تتكون من عدة موجات جيبية لها أطوار مختلفة يمكنها التداخل إما تداخلا بناء أو تداخلا هدام . وقد تتعرض الحزمة الموجية أثناء تقدمها للتشتت على جسيم أو لا تتشتت . وتصف ميكانيكا الكم الحزمة الموجية وصفا خاصا: فهي تؤخذ كموجة احتمالية تعطي "احتمال" وجود جسيم أو عدة جسيمات في نقطة معينة و بكمية حركة معينة. وهي تماثل في ذلك الدالة الموجية.

سنعتبر حزمة موجية مكونة من موجة واحدة ، تمثل إحدى حلول المعادلة الموجية:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

حيث c سرعة الموجة.

ولذلك نبدأ باعتبار حالة موجة لها تردد واحد وبالتالي طول موجة واحد ، وتلك هي أبسط حالة لحل المعادلة الموجية أعلاه .ويمكن تمثيل موجة ذات تردد ثابت تنتشر في اتجاه x بالمعادلة:

$$\psi_{\text{einzeln}}(x,t) = c_s \cdot e^{i(\omega t - kx)}$$

ω التردد ووحدته sec^{-1}

k العدد الموجي ووحدته cm^{-1}

$(e^{i(\omega t - kx)})$ دالة موجية تعتمد على الزمن t والمكان x في صيغة عدد مركب،

c_s طول الموجة ومن الوجهة الفيزيائية فإنه يكفي اعتبار الجزء الحقيقي فقط:

$$Re\,(\psi_{\text{einzeln}}(x,t)) = c_s \cdot \cos(\omega t - kx)$$

ويمكن تطابق عدة موجات لها ترددات مختلفة ، ويمثل مجموعها أيضا حلا للمعادلة الموجية:

$$\psi(x,t) = \sum_j c_j \cdot e^{i(\omega_j t - k_j x)}.$$

كما يمكن حل المعادلة الموجية عن طريق إجراء التكامل بدلا من عملية الجمع . بذلك يتحدد الطول c الذي يعتمد على العدد الموجي k

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(k) \cdot e^{i(\omega t - kx)} \mathrm{d}k.$$