حركة إلكترون تحت تأثير مجال كهربائي منتظم

1 حركة الإلكترون في إتجاه المجال

A - إذا كانت السرعة الإبتدائية للإلكترون مساوية للصفر

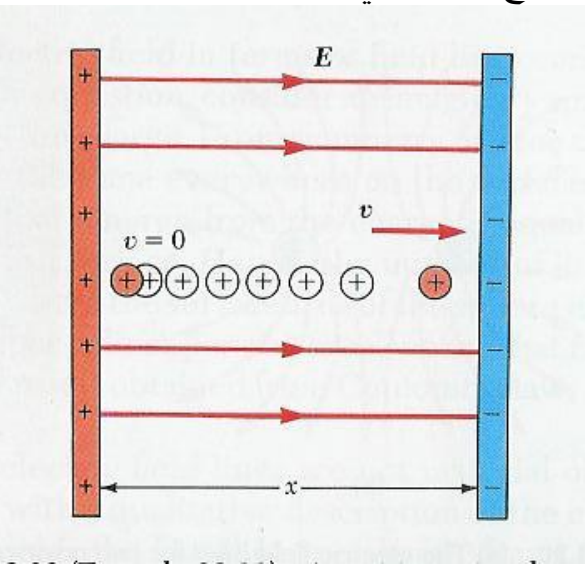
بفرض أن الجسيم المشحون q موجود بين لوحين مشحونين بشحنات متساوية موجبة وسالبة.فإن المجال E بين اللوحين يؤثر على الشحنة بقوة قدرها qE . من قانون نيوتن الثاني نجد أن :

$$F = qE = ma$$

حيث m كتلة الجسيم المشحون وبفرض أن سرعة الجسيم صغيرة بالمقارنة بسرعة الضوء.

$$a = \frac{qE}{m}$$

بمعني أن تسارع الجسيم المشحون يعتمد على مقدار المجال الكهربي والشحنة.
فإذا كان المجال منتظم والشحنة موجبة فإن التسارع سيكون في إتجاه المجال أما إذا كانت الشحنة سالبة فإن إتجاه التسارع سيكون في إتجاه عكس إتجاه المجال الكهربي.



تسارع الشحنة الموجبة q وضعت في مجال كهربي E في الإتجاه x
- تسارع هذه الشحنة من قوانين الحركة :

$$x - x_o = v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_o + at$$

$$v^2 = v_o^2 + 2a(x - x_o)$$

بفرض $x_o = 0$ عندما كانت السرعة $v_o = 0$ فإن المسافة التي يقطعها الجسيم المشحون x بالمترهي :

$$x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{qE}{2m} t^2 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{e}{m}\right)\left(\frac{V}{d}\right) t^2$$

سرعة الجسيم v هي : $v = at = \frac{qE}{m} t = (e/m)(V/d)t$

أو مربع سرعة الجسيم بدلالة المسافة x :

$$v^2 = 2ax = \left(\frac{2qE}{m}\right) x$$

عندما x = d فإن :

$$v = \left(\frac{2eV}{m}\right)^{1/2} = 5.93 \times 10^5 (V)^{1/2}$$

طاقة الحركة للجسيم : $K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{2qE}{m}\right) x = qEx$

طاقة الشغل للجسيم : $F_x x = qEx$

الزمن اللازم لكي يقطع الجسيم المسافة بين اللوجين (x = d):

$$t^2 = \frac{2mxd}{eV} = \frac{2md^2}{eV}$$

مثال:لوحان موضوعان في الفراغ والمسافة بينهما 4 سم وفرق الجهد بينهما 200 فولت.

أحسب :

1 -القوة المؤثرة على إلكترون موضوع بين اللوحين.
2 -السرعة التي يصل بها الإلكترون إلى اللوح الموجب .

3 -الزمن اللازم لإنتقال الإلكترون بين اللوحين.

4 -سرعة الإلكترون عند منتصف المسافة بين اللوحين .

الحل:

1- القوة المؤثرة على الإلكترون $F = eE = eE/d$

$$F = 1.6\times10^{-19}\left(\frac{200}{4\times10^{-2}}\right) = 8\times10^{-16}N$$

2- السرعة التي يصل بها الإلكترون إلى اللوح

$$v = 5.93\times10^5(V)^{1/2} = 5\times10^5\times(200)^{1/2} = 8.4\times10^6 m/Sec$$

3- الزمن اللازم للإنتقال إلى اللوح الآخر

$$t = \frac{2d}{v} = \frac{2\times0.04}{8.6\times10^6} = 9.5\times10^{-9}Sec$$

4- سرعة الإلكترون في منتصف المسافة بين اللوحين

$$v = \left(2.\frac{e}{m}.\frac{V}{d}.\frac{d}{2}\right)^{1/2} = 5.93\times10^5\left(\frac{V}{2}\right)^{1/2} = 5.93\times10^6 m/Sec$$

(B) إذا كانت السرعة الإبتدائية لا تساوي الصفر وفي إتجاه المجال

في هذه الحالة تكون نفس القوانين السابقة ولكن بإضافة السرعة الإبتدائية $v_o \neq 0$

- التسارع

$$a = \frac{e}{m}.\frac{V}{d} = 1.76\times10^{11}\frac{V}{d} m/Sec^2$$

- سرعة الجسيم عند أي لحظة

$$v = v_o + \frac{e}{m}.\frac{V}{d}.t$$

السرعة عند أي نقطة تبعد x

$$v = \left(v_o^2 + 2.\frac{e}{m}.\frac{V}{d}.x\right)^{1/2} m/Sec$$

- المسافة

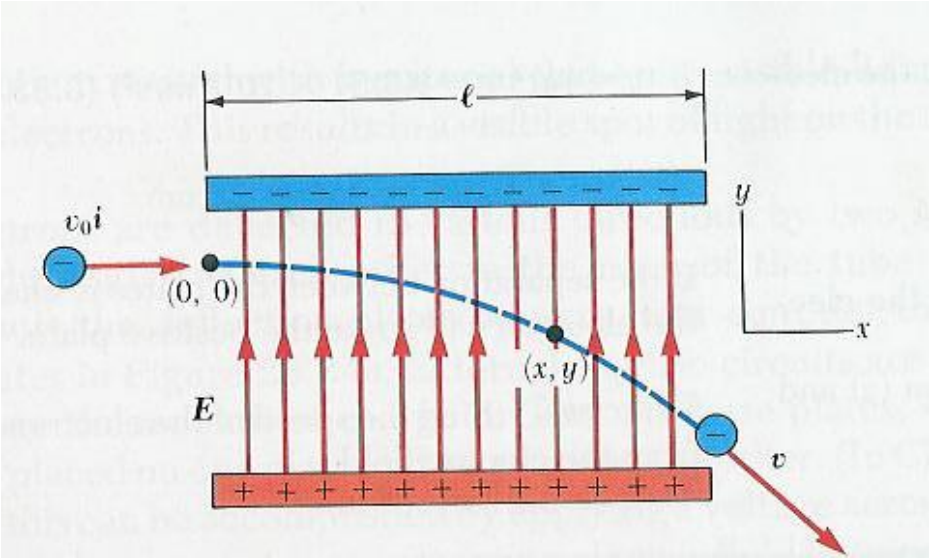
$$x = v_o t + \frac{1}{2}.\frac{e}{m}.\frac{V}{d}.t^2$$

- الزمن اللازم للوصول إلى اللوح الآخر

$$t = \frac{d}{(v_o + v_f)/2} = \frac{2d}{v_o + v_f}$$

(2) حركة الشحنة عموديا على إتجاه المجال

عندما تكون السرعة الابتدائية لا تساوي صفر



الإلكترون يتحرك بسرعة إبتدائية v_o في إتجاه x والمجال في إتجاه y . الإلكترون يعجل في إتجاه المجال بينما يتحرك بنفس سرعته الإبتدائية. المسافة x التي يقطعها الإلكترون في زمن t

السرعة في إتجاه y مساوي للصفر في البداية ولكن تزيد كلما تحرك الإلكترون للداخل. هذا يعني أن الإلكترون يتسارع في إتجاه y ويكون التسارع :

$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{e}{m}.\frac{V}{d}$$

- سرعة الإلكترون في الإتجاه y بعد زمن قدرة t

$$v = v_{oy} + a_y t = a_y t$$

- الإزاحة في الإتجاه y

$$y = v_{oy}t + (1/2)a_y t^2 = (1/2)a_y t^2$$

- معادلة مسار الإلكترون

من المعادلة $x = v_o t$ نحصل على قيمة t ونعوض في المعادلة y

$$y = \frac{1}{2}a_y\left(\frac{x}{v_o}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}.\frac{a_y}{v_o^2}\right)x^2$$

وهي معادلة قطع مكافيء

مثال:

يعجل إلكترون من وضع السكون من سطح المعدن الموجب خلال فرق جهد مقدارة 400 فولت وذلك لكي يدخل منطقة مجال كهربائي شدته 150 فولت / سم بين لوحين أفقيين.

فإذا سقط الإلكترون مرة أخري على نفس اللوح بعد زمن قدرة $5\times10^{-9}\,Sec$ أحسب:

1 -الزاوية بين اللوح ومتجه السرعة الإبتدائية .

2 -المسافة التي قطعها الإلكترون حتي سقوطة على اللوح مرة أخري.

الحل :

- مركبتي السرعة v_x . v_y هما :

$$v_x = v\cos\theta, v_y = v\sin\theta$$

$$y = v_y t - \frac{1}{2}a_y t^2$$

بعد زمن $5\times10^{-9}\,Sec$ تصبح y مساوية الصفر

$$\therefore v_y = \frac{1}{2}a_y t = \frac{1}{2}.\frac{e}{m}.E.t = \frac{1}{2}(1.76\times10^{11})(150\times10^{2})(5\times10^{-9}) = 6.6\times10^{6}\,m/Sec$$

$$\because eV = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = (2eV/m)^{1/2} = 5.93\times10^{5}\times(400)^{1/2} = 1.186\times10^{7}\,m/Sec$$

$$v_y = v\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = v_y/v = 6.6\times10^{6}/1.186\times10^{7} = 0.5556$$

$$\theta = 33.6^o$$

السرعة في الإتجاه x

$$v_x = v\cos\theta = 1.186\times10^{7}(\cos 33.6) = 9.86\times10^{6}\,m/Sec$$

$$x = v_x.t = (9.86\times10^{6})(5\times10^{-9}) = 4.93\,cm$$

أن الإلكترون يتسارع في إتجاه y ويكون التسارع(التعجيل باتجاه y) :

$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{e}{m}.\frac{V}{d}$$

السرعة في الإتجاه x v_x